

প্রশিক্ষণ পুস্তিকা গণিত

দশম শ্রেণি

$$(x - 3)(x - 2) = 0$$
$$\Rightarrow x - 3 = 0 \text{ or, } x - 2 = 0$$

$$(x - 3)(x - 2) = 2$$
$$\nRightarrow x - 3 = 2 \text{ or, } x - 2 = 2$$



পশ্চিমবঙ্গ মধ্যশিক্ষা পর্ষদ
বিদ্যালয় শিক্ষা দপ্তর, পশ্চিমবঙ্গ সরকার
সমগ্র শিক্ষা অভিযান
পরিকল্পনা ও নির্মাণ : বিশেষজ্ঞ কমিটি, বিদ্যালয় শিক্ষা দপ্তর

প্রশিক্ষণ পুস্তিকা গণিত

দশম শ্রেণি



পশ্চিমবঙ্গ মধ্যশিক্ষা পর্ষদ
বিদ্যালয় শিক্ষা দপ্তর, পশ্চিমবঙ্গ সরকার
সমগ্র শিক্ষা অভিযান
পরিকল্পনা ও নির্মাণ : বিশেষজ্ঞ কমিটি, বিদ্যালয় শিক্ষা দপ্তর

বিদ্যালয় শিক্ষা-দপ্তর। পশ্চিমবঙ্গ সরকার

বিকাশ ভবন, কলকাতা - ৭০০ ০৯১

পশ্চিমবঙ্গ মধ্যশিক্ষা পর্ষদ

৭৭/২, পার্ক স্ট্রিট, কলকাতা- ৭০০ ০১৬

Neither this book nor any keys, hints, comment, note, meaning, connotations, annotations, answers and solutions by way of questions and answers or otherwise should be printed, published or sold without the prior approval in writing of the Director of School Education, West Bengal. Any person infringing this condition shall be liable to penalty under the West Bengal Nationalised Text Books Act, 1977.

জুলাই, ২০২০

SSA প্রকল্পের অন্তর্ভুক্ত শিক্ষিকা/শিক্ষক প্রশিক্ষণ শিবিরগুলি বিশেষজ্ঞ কমিটি কর্তৃক প্রস্তুত ও পশ্চিমবঙ্গ মধ্যশিক্ষা পর্ষদ কর্তৃক অনুমোদিত প্রশিক্ষণ পুস্তিকা অনুযায়ী অনুষ্ঠিত হবে।

মুদ্রক

ওয়েস্ট বেঙ্গল টেক্সট বুক কর্পোরেশন লিমিটেড

(পশ্চিমবঙ্গ সরকারের উদ্যোগ)

কলকাতা-৭০০ ০৫৬

পর্যদের কথা

পশ্চিমবঙ্গের মাননীয় মুখ্যমন্ত্রী শ্রীমতী মমতা বন্দ্যোপাধ্যায় ২০১১ সালে বিদ্যালয় শিক্ষার ক্ষেত্রে একটি 'বিশেষজ্ঞ কমিটি' গঠন করেন। এই কমিটির ওপর বিদ্যালয়ের সমস্ত স্তরের পাঠক্রম, পাঠ্যসূচি এবং পাঠ্যপুস্তক নির্মাণের দায়িত্ব দেওয়া হয়। সেই অনুযায়ী জাতীয় পাঠক্রমের রূপরেখা ২০০৫ এবং শিক্ষার অধিকার আইন ২০০৯কে সামনে রেখে প্রাক-প্রাথমিক এবং প্রথম শ্রেণি থেকে অষ্টম শ্রেণি পর্যন্ত প্রতিটি পাঠ্যপুস্তক বিশেষজ্ঞ কমিটি প্রস্তুত করেছে। ২০১৬ সালের নতুন পাঠক্রম, পাঠ্যসূচি অনুযায়ী দশম শ্রেণির 'গণিত প্রকাশ'-এর পাঠক্রম প্রকাশিত ও তদনুসারে পাঠ্যবই রচিত হয়েছে। কয়েকটি প্রশ্ন আমাদের মনের মধ্যে আলোড়িত হয় : ১. দশম শ্রেণিতে একজন শিক্ষার্থীর মধ্যে অর্জিত দক্ষতা কীভাবে পরিবর্তন, পরিমার্জন ও পরিবর্ধন ঘটাতে পারে? ২. দশম শ্রেণি সমাপ্তিতে একজন শিক্ষার্থী দায়িত্ববান ও মূল্যবোধসম্পন্ন নাগরিক হিসেবে নিজেকে কতটা প্রতিষ্ঠিত করতে পারল? ৩. বিদ্যালয় থেকে প্রাপ্ত জ্ঞানকে বিষয়ের সীমা ছাড়িয়ে সামাজিক জীবনে কতখানি প্রতিফলন ঘটাতে পারল এবং ব্যবহার করতে পারল? এই প্রশ্নের যথাযথ উত্তর খুঁজতে গিয়েই বিশেষজ্ঞ কমিটি প্রস্তুত করেছে জ্ঞানগঠন পদ্ধতির রূপরেখা।

সমগ্র শিক্ষা অভিযান (SSA)-এর পরামর্শ মতো পশ্চিমবঙ্গ সরকার দশম শ্রেণির 'গণিত প্রকাশ'-এর শিখন ও মূল্যায়নের পদ্ধতি বিষয়ে এক প্রশিক্ষণ শিবিরের ব্যবস্থা করেছেন। সেই প্রশিক্ষণ শিবিরের জন্য প্রস্তুত করা হলো এই নির্দেশিকা।

মাননীয় শিক্ষামন্ত্রী ড.পার্থ চ্যাটার্জী প্রয়োজনীয় মতামত এবং পরামর্শ দিয়ে আমাদের বাধিত করেছেন। তাঁকে আমাদের কৃতজ্ঞতা জানাই।

আশা করি এই প্রশিক্ষণ শিবির সাফল্যমণ্ডিত হবে এবং ফলপ্রসূ প্রভাব ফেলবে ভবিষ্যৎ পঠন-পাঠনে।

জুলাই, ২০২০
৭৭/২, পার্ক স্ট্রিট
কলকাতা - ৭০০০১৬

কল্যাণময় গণশেখর

সভাপতি
পশ্চিমবঙ্গ মধ্যশিক্ষা পর্যদ

প্রাক্কথন

পশ্চিমবঙ্গের মাননীয় মুখ্যমন্ত্রী শ্রীমতী মমতা বন্দ্যোপাধ্যায় ২০১১ সালে বিদ্যালয় শিক্ষার ক্ষেত্রে একটি ‘বিশেষজ্ঞ কমিটি’ গঠন করেন। এই বিশেষজ্ঞ কমিটির ওপর দায়িত্ব ছিল বিদ্যালয় স্তরের সমস্ত পাঠক্রম, পাঠ্যসূচি এবং পাঠ্যপুস্তকের পর্যালোচনা, পুনর্বিবেচনা এবং পুনর্বিদ্যাসের প্রক্রিয়া পরিচালনা করা। সেই কমিটির সুপারিশ অনুযায়ী নতুন পাঠক্রম, পাঠ্যসূচি এবং পাঠ্যপুস্তক নির্মিত হয়। ইতোপূর্বে প্রাক-প্রাথমিক থেকে অষ্টম শ্রেণি পর্যন্ত সমস্ত পাঠ্যপুস্তক জাতীয় পাঠক্রমের রূপরেখা ২০০৫ এবং শিক্ষার অধিকার আইন ২০০৯ নথিদুটিকে অনুসরণ করে নির্মিত হয়েছে। দশম শ্রেণির ক্ষেত্রে নতুন পাঠক্রম, পাঠ্যসূচি অনুযায়ী পাঠ্যপুস্তকগুলি নির্মিত হয়েছে।

সমগ্র শিক্ষা অভিযান (SSA)-এর পরামর্শ মতো পশ্চিমবঙ্গ সরকার দশম শ্রেণির ‘গণিত প্রকাশ’-এর শিখন ও মূল্যায়নের পদ্ধতি বিষয়ে এক প্রশিক্ষণ শিবিরের ব্যবস্থা করেছেন। সেই প্রশিক্ষণ শিবিরের জন্য প্রস্তুত করা হলো এই নির্দেশিকা।

পশ্চিমবঙ্গের মাননীয় শিক্ষামন্ত্রী ড. পার্থ চ্যাটার্জী প্রয়োজনীয় মতামত এবং পরামর্শ দিয়ে আমাদের বাধিত করেছেন। তাঁকে আমাদের কৃতজ্ঞতা জানাই।

পশ্চিমবঙ্গ সরকারের বিদ্যালয় শিক্ষা দপ্তর, পশ্চিমবঙ্গ মধ্যশিক্ষা পর্ষদ এবং সমগ্র শিক্ষা অভিযানের পরিকল্পনা ও সহায়তায় শিখন পদ্ধতি ও মূল্যায়ন সম্পর্কে রাজ্যব্যাপী শিক্ষক প্রশিক্ষণের আয়োজন করা হয়েছে। আশা করি, বিদ্যালয় শিক্ষা দপ্তর, পশ্চিমবঙ্গ মধ্যশিক্ষা পর্ষদ ও সমগ্র শিক্ষা অভিযানের পক্ষে প্রকাশিত এই প্রশিক্ষণ পুস্তিকা শিখন পদ্ধতি ও মূল্যায়নের সার্থক রূপায়ণে সহায়ক ভূমিকা পালন করবে।

জুলাই, ২০২০

নিবেদিতা ভবন, ষষ্ঠতল

বিধাননগর, কলকাতা : ৭০০ ০৯১

ত্রুতিকা রুচুর্দার

চেয়ারম্যান

‘বিশেষজ্ঞ কমিটি’

বিদ্যালয় শিক্ষা দপ্তর, পশ্চিমবঙ্গ সরকার

বিশেষজ্ঞ কমিটি পরিচালিত পাঠ্যপুস্তক প্রণয়ন পর্ষদ

পুস্তক নির্মাণ ও বিন্যাস

অধ্যাপক অভীক মজুমদার (চেয়ারম্যান, বিশেষজ্ঞ কমিটি)

তপসুন্দর বন্দ্যোপাধ্যায়

মলয় কৃষ্ণ মজুমদার

সূ চি প ত্র

	বিষয়	পৃষ্ঠা
1	সমগ্র শিক্ষা অভিযান (SSA).....	1
2	দশম শ্রেণির পাঠ্য বই (গণিত প্রকাশ)-এর বিশেষত্ব এবং জ্ঞান গঠনের পদ্ধতি	2
3	পাঠ্যসূচি	8
4	নির্বাচিত শিখন ক্ষেত্র, জ্ঞান গঠন ও পাঠের বূপরেখা	13
5	অন্তর্বর্তী প্রস্তুতিকালীন মূল্যায়নের জন্য বিষয়ভিত্তিক নমুনা.....	39
6	প্রথম পর্যায়ক্রমিক মূল্যায়নের নম্বর বিভাজন	43
7	প্রথম পর্যায়ক্রমিক মূল্যায়নের নমুনা প্রশ্নপত্র	44
8	দ্বিতীয় পর্যায়ক্রমিক মূল্যায়নের নম্বর বিভাজন.....	46
9	দ্বিতীয় পর্যায়ক্রমিক মূল্যায়নের নমুনা প্রশ্নপত্র.....	47
10	নির্বাচনী মূল্যায়নের নম্বর বিভাজন.....	49
11	নির্বাচনী মূল্যায়নের নমুনা প্রশ্নপত্র	50
12	দ্বিঘাত সমীকরণ সংক্রান্ত কিছু লক্ষণীয় বিষয়	55
13	জীবন কুশলতার বিকাশ	56
14	প্রজ্ঞামূলক ক্ষেত্রের প্রত্যাশিত শিখন ফলাফলের (Expected learning outcome) আনুষঙ্গিক ক্রিয়াশীল শব্দ	59

সমগ্র শিক্ষা অভিযান (SSA)

ভূমিকা

দেশের সমস্ত বিদ্যালয়ে শিক্ষার ক্ষেত্রে শিশুরা যাতে সমব্যবহার (access), সমান অংশীদারিত্ব (equity) এবং উৎকর্ষ (quality)— এই তিনটি বিষয়েরই সুবিধে গ্রহণ করতে পারে, শিক্ষার অধিকার আইন ২০০৯ তা সুনিশ্চিত করতে চায়। ২০১৮-২০১৯ সালের কেন্দ্রীয় বাজেটের পরামর্শ অনুযায়ী মানব সম্পদ উন্নয়ন মন্ত্রক সমগ্র শিক্ষা অভিযান (SSA) প্রকল্পটি গ্রহণ করে। এর মধ্য দিয়ে সর্বশিক্ষা অভিযান এবং রাষ্ট্রীয় মাধ্যমিক শিক্ষা অভিযান নামের দুই স্বতন্ত্র প্রকল্পকে একটি প্রকল্পের মধ্যে নিয়ে আসা হল। এর ফলে বিদ্যালয় শিক্ষার ক্ষেত্রে প্রাক-প্রাথমিক থেকে দ্বাদশ শ্রেণি পর্যন্ত সামগ্রিক ভাবে একটি প্রকল্পের মধ্যে চলে এল।

SSA-র উপযোগিতা

সর্ব শিক্ষা অভিযান, রাষ্ট্রীয় মাধ্যমিক শিক্ষা অভিযান এবং শিক্ষক শিক্ষণ কর্মসূচির সমন্বয় ঘটেছে সমগ্র শিক্ষা অভিযান প্রকল্পে। সমগ্র শিক্ষা অভিযান প্রকল্পের লক্ষ্য বিদ্যালয়ে প্রাপ্ত সুযোগসমূহ এবং কাম্য শিখন সামর্থ্যগুলির সাম্য নিরূপণ করার মাধ্যমে বিদ্যালয়গত কর্মকাণ্ডের উন্নয়ন ঘটানো। বিদ্যালয় শিক্ষার বিভিন্ন এবং প্রধান প্রভাবকগুলির সমন্বয় ঘটানোর মাধ্যমে সমগ্র শিক্ষা অভিযান প্রকল্প বিদ্যালয় শিক্ষার স্তরে উন্নয়নের একটি কার্যক্রমের রূপরেখা নির্ণয় করেছে এবং সে কাজে সমস্ত স্তরে বিশেষত রাজ্য, জেলা ও চক্র স্তরে কাঠামো ও সম্পদ ব্যবহার করা তথা প্রয়োগ কৌশল নির্ধারণ করা এবং সে কাজে সমস্ত ব্যয় বহন করার উপরে জোর দিয়েছে। এক্ষেত্রে সমগ্র শিক্ষা অভিযান প্রাকল্পিক লক্ষ্যসমূহের পরিবর্তে সর্বস্তরে ব্যবস্থার উন্নয়ন, বিদ্যালয়গত সামর্থ্যসমূহের বিকাশ এবং সার্বিকভাবে শিক্ষার মানোন্নয়ন ঘটানোর জন্য রাজ্যগুলিকে উৎসাহিত করার উপর জোর দিয়েছে।

SSA-র প্রধান লক্ষ্য

এই প্রকল্পটির সামগ্রিকতা বলতে বোঝায় সমব্যবহার, সমান অংশীদারিত্ব ও উৎকর্ষের সর্বজনীনতা, বিদ্যালয়ে বৈদ্যুতিন শিখন সামগ্রীর প্রয়োগ এবং শিক্ষক-প্রশিক্ষণকে শক্তিশালী করে তোলা।

এই প্রকল্পের অন্যতম প্রধান লক্ষ্যগুলি হলো :

- শিক্ষার উৎকর্ষ বৃদ্ধি এবং শিক্ষার্থীর শিখন-সামর্থ্যের বিকাশ।
- সামাজিক এবং লিঙ্গবৈষম্যের দূরীকরণ।
- সম অংশীদারিত্ব নিশ্চিত করা এবং শিক্ষাকে সর্বস্তরে পৌঁছে দেওয়া।
- বিদ্যালয়ের সুযোগসুবিধাগুলি সুনিশ্চিতকরণ।
- শিক্ষা অধিকার আইন ২০০৯ রাজ্যে বলবৎ করার জন্য সাহায্য করা।

দশম শ্রেণির পাঠ্য বই (গণিত প্রকাশ)-এর বিশেষত্ব এবং জ্ঞান গঠনের পদ্ধতি

● চেনা থেকে অচেনা (Known to Unknown)

জাতীয় পাঠ্যক্রম রূপরেখা (NCF) - 2005-এর পরামর্শ এই যে শিক্ষার্থী যেন তার বিদ্যালয় জীবন ও বিদ্যালয়ের বাইরের জীবনের সঙ্গে সর্বদা সংযোগ ঘটাতে পারে। শিক্ষার্থী যখন কোনো শ্রেণিকক্ষে আসে সে সমাজ থেকে কিছু জ্ঞান নিয়ে আসে। শ্রেণিকক্ষে সে পূর্বার্জিত জ্ঞানকে গাণিতিক যুক্তির সাহায্যে বিশ্লেষণ করে ও তার পুনর্গঠন করে শিক্ষিকা/শিক্ষক তাকে সাহায্য করেন। বিদ্যালয়ের বাইরের জীবনেও তারা সেই জ্ঞানের প্রয়োগ করে থাকে।

শিক্ষিকা/শিক্ষকেরা সর্বদা এই দিকে (বিদ্যালয়ের বাইরে অর্জিত জ্ঞান → বিদ্যালয়ে জ্ঞানের পুনর্গঠন → বিদ্যালয়ের বাইরে ওই জ্ঞানের প্রয়োগ) নজর রেখে একটি অধ্যায় শুরু করবেন এরূপ আশা করা যায়।

যেমন - শিক্ষার্থীরা বিদ্যালয়ের বাইরে ব্যবসা, মূলধন ও লাভের টাকা ভাগ করে নেওয়া ইত্যাদি কথা শুনে থাকে; সেসব বিষয়ে তাদের কিছু ধারণা বিদ্যালয়ের বাইরে গঠিত হয়। শ্রেণিকক্ষে ‘অংশীদারি কারবার’ অধ্যায়ে উপরোক্ত বিষয়গুলি বিশ্লেষণ করার সুযোগ শিক্ষার্থীরা পায় এবং কীভাবে লভ্যাংশ অংশীদারদের মধ্যে বণ্টন করা হয় তা ভালোভাবে বুঝতে পারে। এ বিষয়েও শিক্ষিকা/শিক্ষক তাদের সাহায্য করেন। বিদ্যালয়ের বাইরে তারা ওই ধারণা বিভিন্ন ক্ষেত্রে প্রয়োগ করে।

● শিক্ষার্থীকেন্দ্রিক শিক্ষা (Learner Centric Education)

শিক্ষার্থীকেন্দ্রিক শিক্ষায় শিক্ষার্থী এবং শিক্ষক উভয়েই যথেষ্ট সক্রিয়। শিক্ষার্থীদের সক্রিয় করে রাখার জন্য শিক্ষককে অনেক রকম শিখন সত্তার (Teaching-Learning Material সংক্ষেপে TLM) তৈরি করতে হয়। প্রতি শিক্ষার্থীর বিভিন্নরকম অগ্রগতি নিরীক্ষণ করে তাদের প্রত্যেককে অধ্যায়ের সঠিক জ্ঞান গঠনে সহায়তা করা শিক্ষিকা/শিক্ষকের উদ্দেশ্য। ওই অধ্যায়ের মধ্যেই শিক্ষার্থীরা যাতে মৌলিক চিন্তা করতে পারে বা কোনো কিছু নিজেরাই আবিষ্কার করতে পারে সেদিকে শিক্ষিকা/শিক্ষকেরা উৎসাহ প্রদান করলে ভালো হয়। যেমন — ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলি কেন শুধু 30°, 45° ও 60° কোণের ক্ষেত্রে ব্যবহার করা হয় তা বুঝতে শিক্ষিকা/শিক্ষক শিক্ষার্থীদের উৎসাহিত করবেন। প্রকৃতিতে কোণ মাপার জন্য কিরূপ যন্ত্র ব্যবহার করবে এবং কিভাবে তা তৈরি করবে তা তাঁরা শিক্ষার্থীদের শেখাবেন।

● নিম্নিত্ববাদ অনুসারী শিখন (Constructivist Learning)

শিক্ষার্থীরা যেন কোনো কিছু না বুঝে বা কেন হচ্ছে না জেনে মুখস্থের মধ্যে দিয়ে না শেখে। অর্থাৎ সে যেন কোনো অধ্যায়ে শিক্ষিকা/শিক্ষকের দেওয়া তথ্য ও সমাজ এবং প্রকৃতি থেকে তার নিজের সংগৃহীত তথ্যের সমন্বয় থেকে ধীরে ধীরে ওই অধ্যায় সম্পর্কে জ্ঞান গঠন করতে পারে। যেমন — কী ধরনের সমস্যা দ্বিঘাত সমীকরণ গঠিত হয় সেই ধরনের সমস্যার উদাহরণ শিক্ষার্থীদের দিয়ে গঠন করাতে হবে।

● মূর্ত থেকে বিমূর্ত (Concrete to abstract)

গণিতের শিক্ষায় শিক্ষার্থীরা মূর্ত থেকে বিমূর্তের ধারণা পেলে তাদের ওই অধ্যায় সম্পর্কে স্বচ্ছ ধারণা হয়। অর্থাৎ শিক্ষার্থীদের যেন ধীরে ধীরে মূর্তের ধারণা থেকে বিমূর্তের ধারণায় শিক্ষিকা/শিক্ষকেরা নিয়ে যান। যেমন — উচ্চতা ও দূরত্ব মাপতে কিভাবে 30° , 45° ও 60° কোণের সমকোণী ত্রিভুজের ব্যবহার করতে হবে তা শিখিয়ে তবে যেকোনো পরিমাপের কোণ θ -এর ক্ষেত্রে ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলির সংজ্ঞা দিতে হবে।

● হাতেকলমে শিখন (Activity Based Learning)

শিক্ষার্থীরা হাতেকলমে কাজের মাধ্যমে কোনো অধ্যায়ের প্রাথমিক ধারণা পেলে ভালো হয়। ফলে আনন্দের সঙ্গে মূর্তের মধ্যে দিয়ে তাদের ওই অধ্যায়ের স্বচ্ছ ধারণা গঠিত হয়। পাঠ্যপুস্তকে দেওয়া হাতেকলমে কাজের বাইরে শিক্ষিকা/শিক্ষকেরা যদি আরও নতুন হাতেকলমে কাজ তৈরি করে দেন বা শিক্ষার্থীদের তৈরি করতে দেন তাহলে শিক্ষার্থীরা আরও বেশি আনন্দের সঙ্গে অধ্যায়টির ধারণা লাভ করবে বা অধ্যায়টির অন্তর্নিহিত বিমূর্ত জ্ঞানগুলি আবিষ্কার করবে।

● আনন্দপূর্ণ শিখন (Joyful learning)

শিক্ষা তখনই সার্থক হবে যখন শিক্ষার্থী কোনো অধ্যায় সম্পর্কে পাঠ আনন্দঘন পরিবেশ থেকে পাবে। শিক্ষিকা/শিক্ষকেরা হয়তো কোনো অধ্যায়ের পাঠ পরিকল্পনা, হাতেকলমে কাজ ইত্যাদি খুব সুন্দর তৈরি করে শ্রেণিকক্ষে গেলেন কিন্তু যতক্ষণ পর্যন্ত না শ্রেণিকক্ষের পরিবেশ আনন্দপূর্ণ হয়ে উঠবে ততক্ষণ ওই শ্রেণির সকল শিক্ষার্থী সঠিকভাবে ওই অধ্যায়ের পাঠে মানসিক দিক থেকে সম্পূর্ণভাবে অংশগ্রহণ করতে পারবে না। তাই শিক্ষিকা/শিক্ষকেরা প্রথমেই নিজেদের মতো করে শ্রেণিকক্ষটির পরিবেশ আনন্দঘন করে নেওয়ার চেষ্টা করলে শিক্ষার্থীরা খুব সহজে তাড়াতাড়ি ওই অধ্যায় সম্পর্কে ধারণা করতে পারবে আশা করা যায়।

● পাঠক্রমিক কার্যাবলি (Curricular Activity) ও সহপাঠক্রমিক কার্যাবলির (Co-Curricular Activity) সমন্বয়

যেহেতু সব বিষয়েই শিক্ষার্থীদের পাঠক্রমিক (Curricular) এবং সহপাঠক্রমিক কার্যাবলির (Co-Curricular Activity) মান উন্নয়নের কথা বলা হয়েছে, শিক্ষিকা/শিক্ষকেরা গণিত বিষয়ে শিক্ষার্থীদের জ্ঞান গঠনের সময় অনেক ধরনের আনুষঙ্গিক কার্যাবলির (ছবি আঁকা, নাটক, কুইজ, গান, বিতর্ক ইত্যাদির) সাহায্য নেবেন আশা করা যায়। যেমন, নাটকের মঞ্চ সাজানোর সময়ে বিভিন্ন জ্যামিতিক চিত্রের সাহায্য নেওয়া যেতে পারে। নাট্যমঞ্চের দর্শকদের বসার ব্যবস্থা ও আলোর ব্যবস্থা করার জন্য বৃত্তের উপপাদ্য প্রয়োগ করা যেতে পারে।

● সঙ্গী শিখন (Peer Learning)

শ্রেণিকক্ষে শিক্ষার্থীদের দলগতভাবে ভাগ করে কোনো অধ্যায়ের কাজ দিলে তারা নিজেরাই আলোচনা করতে করতে জ্ঞান গঠন করার চেষ্টা করবে। দ্রুত ধারণা গঠন করা শিক্ষার্থীর কাছ থেকে ধীরে ধীরে ধারণা গঠন করা শিক্ষার্থী অনেক সময়েই ধারণা গঠন করে নিতে পারে। দলগত শিখনের মাধ্যমে শিক্ষার্থীদের পারস্পরিক সহযোগিতা করারও অভ্যাস তৈরি হয়।

ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের আলোচনার সময় শ্রেণিকক্ষের শিক্ষার্থীদের কয়েকটি দলে বিভক্ত করে বিভিন্ন দলকে 30° , 45° ও 60° ভূমিসংলগ্ন কোণের তিনটি বিভিন্ন মাপের সমকোণী ত্রিভুজ আঁকতে দিয়ে, ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলি নির্ণয় করতে বলা যেতে পারে। যদিও প্রত্যেক দল বিভিন্ন মাপের ত্রিভুজ নিয়েছে কিন্তু প্রতি দলের অনুপাতগুলি একই হয়েছে। এতে তারা অবাক হয়েছে। কেন এমন হয়েছে তা আলোচনা করেছে নিজেদের মধ্যে, শিক্ষিকা/শিক্ষক তাদের সাহায্য করেছেন।

● বিভিন্ন বিষয়ের মধ্যে সমন্বয় (Integration of different subjects) :

গণিতের কোনো অধ্যায়ের ধারণা করার পর শিক্ষার্থীরা যাতে বিভিন্ন বিষয় এবং সমাজের কোনো কিছুর সঙ্গে তার সমন্বয় খুঁজে পায় সেদিকে লক্ষ দেওয়া হয়েছে। যেমন, ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলির সাহায্যে কিভাবে আমরা ভৌতবিজ্ঞানের সমস্যার সমাধান করেছি তা শিক্ষার্থীরা শিখেছে। ভূগোল পড়ার সময় গোলকের ধারণার ব্যবহার শিক্ষার্থীরা দেখেছে।

● ভারমুক্ত শিখন (Learning without Burden)

শিক্ষার্থীদের কেবলমাত্র জ্ঞান গ্রহণকারী এবং পাঠ্যপুস্তক নির্ভর পরীক্ষায় অংশগ্রহণকারী ভাবার জন্য শিক্ষা তাদের কাছে ভারযুক্ত হয়ে যায়। বর্তমানে শিক্ষার্থীকেন্দ্রিক শিক্ষায় শিক্ষার্থীরা তাদের অভিজ্ঞতা থেকে জ্ঞান গঠন করতে পারলে এবং বাস্তব জীবনে সমস্যা সমাধানের ক্ষেত্রে সেটি প্রয়োগ করতে পারলে তাদের কাছে শিক্ষা অনেক বেশি আনন্দদায়ক হয়ে উঠবে এবং তখনই শিখন ভারমুক্ত হবে।

যদি দশম শ্রেণির গণিত বই বিশেষ নজর দিয়ে দেখা হয় তাহলে দেখা যাবে একটি অধ্যায়ের আলোচনার সময় প্রতিটি পৃষ্ঠায় শিক্ষার্থীরা নিজেরাই যাতে অনেকটা বুঝে বুঝে জ্ঞান গঠন করতে পারে এবং সেই জ্ঞান তারা যাতে বিভিন্ন ধরনের সমস্যার সমাধানে যুক্তিপূর্ণ ভাবে প্রয়োগ করতে পারে এবং বাস্তব জীবনে তার প্রয়োজনীয়তা কোথায় বুঝতে পারে তার চেষ্টা করা হয়েছে। শিক্ষার্থীদের কাছে গণিতের বইটি মনোগ্রাহী করার জন্য বইটিতে অনেক ছবি রাখা হয়েছে।

প্রাথমিক ও উচ্চ প্রাথমিক স্তরে শিক্ষার্থীর যুক্তিপূর্ণ জ্ঞান গঠন ভালো হলে বয়স বৃদ্ধির সঙ্গে সঙ্গে মাধ্যমিক স্তরে তারা দ্রুত জ্ঞান গঠন করতে পারবে। সর্বভারতীয় স্তরের পাঠ্যসূচি নির্মাণের এই ধারণা থেকেই প্রাথমিক স্তরে পাঠ্যসূচি কমিয়ে উচ্চ প্রাথমিক ও মাধ্যমিক স্তরে ধীরে ধীরে পাঠ্যসূচি বৃদ্ধি করা হয়েছে।

কতগুলি তথ্য, জটিল গণনা ও সমস্যার সমাধান করতে দিয়ে মাধ্যমিক স্তরের পাঠ্যপুস্তককে ভারযুক্ত করা হয়নি। পরিবর্তে শিক্ষার্থীর পরিচিত গণিত বিষয়ক গল্প, হাতেকলমে কাজ, সহজ গণনার মাধ্যমে সমস্যার সমাধান এবং বাস্তব জীবনে সেটির প্রয়োজনীয়তার সাহায্যে পাঠ্যপুস্তককে ভারমুক্ত, আনন্দদায়ক করার চেষ্টা করা হয়েছে।

● গুণগত শিক্ষা (Quality Education)

শ্রেণিকক্ষে প্রত্যেক শিক্ষার্থীর যাতে কোনো অধ্যায়ের জ্ঞান গঠন এবং প্রয়োগের ক্ষেত্রে অসম্পূর্ণতা না থাকে অর্থাৎ সেই অধ্যায়ের নির্দিষ্ট শিখন সামর্থ্য (Learning Outcome) পৌঁছায় সেদিকে শিক্ষিকা/শিক্ষকরা সযত্নে নজর দেবেন আশা করা যায়। এখানে দ্বিঘাত সমীকরণের অধ্যায়ের কাম্য শিখন সামর্থ্যগুলি (Expected Learning Outcomes) দেওয়া হলো :

শিক্ষার্থীরা —

- বাস্তব সমস্যার ক্ষেত্রে প্রয়োজনে দ্বিঘাত সমীকরণ গঠন করতে পারবে।
- দ্বিঘাত সংখ্যামালা ও দ্বিঘাত সমীকরণের পার্থক্য করতে পারবে।
- দ্বিঘাত সমীকরণে x^2, x^1, x^0 -এদের সহগ নির্ণয় করতে পারবে।
- উৎপাদকে বিশ্লেষণের সাহায্যে এবং বাস্তব সংখ্যার নিয়ম প্রয়োগ করে দ্বিঘাত সমীকরণ সমাধান করতে পারবে। অর্থাৎ দ্বিঘাত সমীকরণের বীজগুলি নির্ণয় করতে পারবে।
- শ্রীধর আচার্যের নিয়ম প্রয়োগ করে দ্বিঘাত সমীকরণের সমাধান করতে পারবে।
- দ্বিঘাত সমীকরণের বীজগুলি ও সহগগুলির ভেতর সম্পর্ক নির্ণয় করতে পারবে।
- দ্বিঘাত সমীকরণের বীজগুলি কী ধরনের হবে সমীকরণটি সমাধান না করেও তা বলতে পারবে।
- একটি দ্বিঘাত সমীকরণের বীজ দুটি জানা থাকলে দ্বিঘাত সমীকরণটি নির্ণয় করতে পারবে।
- বিভিন্ন বাস্তব সমস্যার সমাধানে দ্বিঘাত সমীকরণের ধারণা প্রয়োগ করতে পারবে।

● সমতা (Equity)

গণিতের কোনো অধ্যায়ের আলোচনার ক্ষেত্রে কোনো গল্প বা কোনো সমস্যা তৈরির সময় যাতে কোনো বৈষম্য (লিঙ্গগত, অর্থনৈতিক, সামাজিক, সাংস্কৃতিক, শারীরিক ও মানসিক ইত্যাদি) না থাকে শিক্ষিকা/শিক্ষকরা সেদিকে নজর রাখবেন।

● মূল্যবোধ (Values)

বিদ্যালয় শিক্ষার উদ্দেশ্য একদিকে যেমন কতগুলি বিষয় শিক্ষা, তেমনি অপরদিকে শিক্ষার্থীকে দায়িত্বশীল সামাজিক সুনাগরিক তৈরি করা। অর্থাৎ সে যেন একজন সমাজ-বিচ্ছিন্ন নাগরিক না হয়।

এই কারণে গণিতের বইগুলিতে বিভিন্ন গল্পের মাধ্যমে যেমন, ‘বৃক্ষরোপণ অনুষ্ঠান’ (পরিবেশ দূষণ কমাতে), ‘বিভিন্ন মনীষীদের জন্মোৎসব’ (তাদের সম্বন্ধে জানা এবং তাঁদের বাণীগুলি আত্মস্থ করে একজন সৎ নাগরিক হওয়া), ‘সমান ভাগ করে খাই’ (একা বাঁচাই জীবন নয়), ‘দাদুর সঙ্গে বাজারে যাই’ বা ‘পিসির বাড়ি যাই বা গ্রামের বাড়িতে যাই’ (পারিবারিক ও সামাজিক বন্ধন অটুট রাখা) নানাবিধ মূল্যবোধ গঠনের চেষ্টা করা হয়েছে।

● পাঠ্যপুস্তক বিষয়ে ধারণা

পাঠ্যপুস্তকে যেকোনো অধ্যায় শিক্ষার্থীর পরিচিত পরিবেশ থেকে শুরু হয়েছে। তারপর বিভিন্নরকম হাতেকলমে কাজ দেওয়া আছে যাতে শিক্ষার্থী সক্রিয়ভাবে অংশগ্রহণ করে ওই অধ্যায়ের প্রাথমিক ধারণা লাভ করে ও অধ্যায়ের প্রয়োজনীয়তা অনুভব করে। হাতেকলমে কাজের সঙ্গে সঙ্গে তাকে সহজ বাস্তব সমস্যা দেওয়া আছে, যাতে সে, ওই বাস্তব সমস্যোগুলো হাতেকলমে কাজের ধারণা থেকে যুক্তিপূর্ণভাবে সমাধান করতে পারে। এরপর ওই অধ্যায়ে জ্ঞান গঠন করার ক্ষেত্রে প্রয়োজনীয় গাণিতিক নাম বা চিহ্ন যেসব জায়গায় জানার কথা সেগুলো দেওয়া আছে। ধীরে ধীরে ওই অধ্যায়ে শিখনের যতগুলো সম্ভাবনা থাকে সেগুলো শিক্ষার্থী যাতে সঠিকভাবে বুঝে জ্ঞান গঠন করতে পারে সেগুলি রাখা হয়েছে। শেষে Critical thinking-এর সমস্যা দেওয়া আছে। বর্তমান শিক্ষা ফলাফল নির্ভর নয়। পদ্ধতি ও ফলাফল (Process and Product based) নির্ভর। তাই পাঠ্যপুস্তকে পদ্ধতির উপর অনেক বেশি জোর দেওয়া হয়েছে।

অর্থাৎ, পরিচিত জ্ঞান থেকে ওই অধ্যায়ের ধারণা, ওই অধ্যায়ের প্রয়োজনীয়তা, হাতেকলমে কাজের মাধ্যমে সেটির যুক্তিপূর্ণ ধারণা গঠন, সহজ সমস্যা সমাধানের মধ্যে দিয়ে বিশ্লেষণ করার ক্ষমতা, জটিল সমস্যার মধ্যে দিয়ে ধাপে ধাপে যুক্তির প্রয়োগ করার ক্ষমতা এবং সবশেষে বিমূর্ত ধারণার মাধ্যমে যুক্তির পরিপূর্ণ বিকাশ।

এতসব সত্ত্বেও পাঠ্যপুস্তক শিখনের একটি সহায়ক মাত্র। কারণ একটিমাত্র পাঠ্যপুস্তকের সাহায্যে সমগ্র রাজ্যের বিদ্যালয় থেকে বিদ্যালয়ে সমগ্র শিক্ষার্থীদের কাছে শিক্ষার্থীকেন্দ্রিক শিক্ষাকে আনন্দদায়ক করা সম্ভব নয়। কিন্তু দুঃখের বিষয় আমাদের দেশে এখনও পাঠ্যপুস্তককে শিক্ষার্থীর শিক্ষার একমাত্র মাধ্যম মনে করা হয়। (The present day classroom practices are, in almost all schools of the country, totally dominated by textbook...The textbook emerges as the single solution to all these problems: National Curriculum Framework 2005 POSITION PAPER 2.3 Article No 4.2.5 Page - 37) এই কারণে প্রতিটি বিদ্যালয়ের শিক্ষিকা/শিক্ষক তাঁদের অঞ্চলভিত্তিক শিক্ষার্থীদের মান বুঝে কিছু গল্প, বিভিন্ন শিখন সম্ভার এবং বিভিন্ন ধরনের TLM তৈরি করে নিয়ে শ্রেণিকক্ষে গেলে শিক্ষার্থীকেন্দ্রিক শিক্ষা আনন্দদায়ক হবে এবং শিক্ষার গুণগত মান অনেক বৃদ্ধি পাবে। এছাড়া প্রতি অধ্যায়ে কিছু কিছু বিষয়কর বিষয় শিক্ষার্থীর সামনে উপস্থিত করলে শিক্ষার্থী ওই বিষয়ে মনোযোগী হবে।

● প্রয়োজনভিত্তিক সাহায্য এবং ধীরে ধীরে সেটি তুলে নেওয়া :

(Support according to specific requirement and gradual withdrawal of support)

পাঠ্যপুস্তকটি এমনভাবে নির্মাণ করা হয়েছে যাতে শিক্ষার্থীরা কোনো অধ্যায় থেকে নিজেরাই অনেকটা জ্ঞান গঠন করতে পারে এবং প্রয়োজনমতো শিক্ষিকা/শিক্ষকের সাহায্য নেয়।

● প্রতিটি অধ্যায়ের শুরুতে গল্প এবং তারপরে হাতেকলমে দেওয়া :

প্রথমেই গণিতের বিমূর্ত বিষয় নিয়ে অধ্যয় শুরু করলে দেখা যায় অনেকসময়ই গণিত বিষয়টি বেশিরভাগ শিক্ষার্থীদের কাছে ভয়ের কারণ হয়ে ওঠে। একটি গল্পের মাধ্যমে বাস্তব জীবনের সমস্যা থেকে গণিতের কোনো অধ্যয় শুরু করলে ওই অধ্যয় শেখার প্রয়োজনীয়তা ভালোভাবে বুঝতে পারে এবং গণিত বিষয়টি ভয়ের না হয়ে আকর্ষণীয় হয়ে ওঠে। আবার যেহেতু তারা খেলতে ভালোবাসে তাই বিভিন্নরকম খেলার মাধ্যমে যাতে শিক্ষার্থীরা ওই অধ্যায়ের যুক্তিপূর্ণ জ্ঞান গঠন করতে পারে, সেই কারণে হাতেকলমে কাজ দেওয়া আছে।

কিন্তু তার মানে এই নয় যে পাঠ্যপুস্তকে যে গল্প বা হাতেকলমে কাজ দেওয়া আছে সেটির মাধ্যমেই অধ্যয়টি শুরু করতে হবে। আশা করা যায় শিক্ষিকা/শিক্ষকরা বিদ্যালয়ের ভৌগোলিক, সাংস্কৃতিক অবস্থান বুঝে নিয়ে নিজেদের মতো করে গল্প এবং শিখন সন্তার তৈরি করে নিয়ে শিক্ষার্থীদের কাছে গণিতকে আরও বেশি আকর্ষণীয় ও মনোগ্রাহী করে তুলবেন।

● পাঠ্যপুস্তকের পৃষ্ঠায় মাঝে মাঝে ফাঁকা ঘর :

একজন শিক্ষার্থী কোনো অধ্যয় পড়ার সময় প্রত্যেক পাতা বুঝে পড়ে যুক্তিসহকারে জ্ঞান গঠন করতে পারলেই ওই ফাঁকা ঘর সঠিকভাবে ভরতি করতে পারবে। শিক্ষার্থীর ধাপে ধাপে যুক্তির বিকাশ ঘটছে কিনা সেটা বোঝার জন্যই কিছু পৃষ্ঠার মাঝে মাঝে ফাঁকা ঘর আছে। শিক্ষার্থী যাতে গণিতের বইটির প্রথম পাতা থেকে শেষ পাতা পর্যন্ত সম্পূর্ণভাবে পড়ে এবং কিছু পৃষ্ঠায় নির্দিষ্ট কাজটি করে সেই কারণেও কিছু পৃষ্ঠায় মাঝে মাঝে ফাঁকা ঘর দেওয়া আছে। অর্থাৎ গণিত বইয়ের অর্থ কেবল কষে দেখি-এর সমস্যার সমাধান নয়। গণিতের বই যে পড়তে হয় তার ধারণাও গঠন করা।

● পাঠ্যপুস্তকে গণিতের বিভিন্ন শাখা একসঙ্গে নেই :

পাঠ্যপুস্তকে পাটিগণিতের কয়েকটি অধ্যায়ের পর হয়তো বীজগণিতের একটি অধ্যয়, তারপর জ্যামিতির একটি অধ্যয়, তারপর রাশিবিজ্ঞানের একটি অধ্যয়, এরপর বীজগণিতের একটি অধ্যয় এভাবে দেওয়া আছে।

গণিতের বিভিন্ন শাখার মধ্যে অনেক সময়ই কিছু কিছু সমন্বয় থাকে। যেমন ‘পিথাগোরাসের উপপাদ্য’ অধ্যয়টির পরই ‘ত্রিকোণমিতিক অনুপাত এবং ত্রিকোণমিতিক অভেদাবলি’ অধ্যয়টি দেওয়া হয়েছে, কেননা এই অধ্যয়টি আগের অধ্যায়ের উপর খুবই নির্ভরশীল।

● বহু পছন্দভিত্তিক প্রশ্ন এবং সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্ন :

শিক্ষার্থী কোনো অধ্যায়ের ধারণা যুক্তিপূর্ণভাবে গঠন করতে পারলে সে যাতে দ্রুত চিন্তা করে সমস্যার সমাধান করতে পারে তার জন্য পাঠ্যপুস্তকে প্রতিটি অধ্যায়ের শেষে বহু পছন্দভিত্তিক প্রশ্ন এবং সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্ন দেওয়া আছে।

● জীবন কুশলতার বিকাশ (Development of Life Skill) :

গুণগত শিক্ষার অভীষ্ট লক্ষ্যে পৌঁছানোর জন্য প্রয়োজন জীবনের বিভিন্ন প্রতিকূল পরিস্থিতির সঙ্গে নিজেকে মানিয়ে নেওয়া ও প্রতিকূল পরিস্থিতির মধ্যে লুকিয়ে থাকা ন্যূনতম সুযোগকে ব্যবহার করে সমস্যার মোকাবিলা করা। গণিতের বিভিন্ন ক্ষেত্রে বিভিন্ন ধরনের জীবন কুশলতা বিকাশের সুযোগ ও সম্ভাবনা রয়েছে। নিয়মিত চর্চার মাধ্যমে তা শিক্ষার্থীর জীবনকে অনেকবেশি ফলপ্রসূ করে তুলতে পারে। তাই গণিত শিখনে একটি অনস্বীকার্য উপাদান হলো নিয়মিত জীবন কুশলতাগুলি সম্পর্কিত পরিস্থিতির মূল্যায়ন।

কোনো বিষয়ে শিশুসুলভ অতিসরল ধারণা থেকে প্রকৃত ধারণা গঠনের একটি পদ্ধতি (Addressing Naive Concept)

শিক্ষার্থীর কোনো বিষয়ে কিছু অতিসরল ধারণা মন দিয়ে শুনে তার সঙ্গে আলোচনা করে তাকে বোঝাতে হবে তার ধারণাটি অনেকটা ঠিক কিন্তু কিছু ভুল ধারণা আছে এবং সেই অতিসরল ধারণার পরিবর্তন করে ঠিক ধারণা গঠন করতে সাহায্য করতে হবে। পদ্ধতিটি সংগঠিত হয় তিনটি ধাপে যথা—

(i) Catch (অনুধাবন করা):

- শিক্ষার্থীর অতিসরল ধারণার দ্রুত পরিবর্তন না করে তাকে প্রশ্ন করার সুযোগ দেওয়া উচিত এবং প্রশ্নগুলি মন দিয়ে শোনা উচিত।
- শিক্ষার্থীদের পারস্পরিক আলোচনার জন্য উৎসাহিত করা উচিত, সেই আলোচনা মন দিয়ে শোনা উচিত।

(ii) Challenge (দ্বিমত প্রকাশ করা ও আগ্রহ উদ্দীপক সমস্যা উপস্থিত করা):

- শিক্ষার্থীর কাছ থেকে তার মতামতের পক্ষে যুক্তিযুক্ত ব্যাখ্যা চাওয়া উচিত।
- শিক্ষার্থীকে তার ধারণার পক্ষে তথ্য নির্ভর বক্তব্য বলতে উৎসাহিত করা উচিত।

(iii) Change (অতিসরল ধারণার পরিবর্তন ঘটিয়ে ঠিক ধারণা গঠিত হতে সাহায্য করা) :

- শিক্ষার্থীর মনে অতিসরল ধারণার বিষয়ে দ্বন্দ্ব তৈরি করে ঠিক ধারণার দিকে তাকে এগিয়ে নিয়ে যাওয়া উচিত।
- শিক্ষার্থী যাতে নতুন ঠিক ধারণার সাহায্যে সমস্যা সমাধান করে তার জন্য প্রকৃত পদ্ধতির ব্যবহারে তাকে উৎসাহিত করা উচিত।
- বাস্তব সমস্যার সমাধানে নতুন পরিবর্তিত ধারণার ব্যবহার করতে উৎসাহিত করা উচিত।

যেমন — দ্বিঘাত সমীকরণের সমাধান করার সময় আমরা সমীকরণের বামদিকের সংখ্যামালাকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করে থাকি এবং তারপর খুব সহজেই সমীকরণের বীজ দুটি নির্ণয় করি, এই ধরনের সমস্যায় শেষের দিকের ধাপে শিক্ষার্থীদের কিছু অতি সরল ধারণার ফলে তারা কিছু ভুল করেছে। শিক্ষিকা/শিক্ষক মহাশয় সেই ভুলগুলির কারণ শিক্ষার্থীদের সঙ্গে আলোচনা করবেন।

$$\text{প্রথম সমস্যাটি : } x^2 - 5x + 6 = 0$$

এই দ্বিঘাত সমীকরণটি সমাধান করো —

$$\begin{aligned}x^2 - 5x + 6 &= 0 \\ \Rightarrow x^2 - 3x - 2x + 6 &= 0 \\ \Rightarrow x(x - 3) - 2(x - 3) &= 0 \\ \Rightarrow (x - 3)(x - 2) &= 0 \\ \Rightarrow x - 3 = 0 \text{ or, } x - 2 &= 0 \\ \Rightarrow x = 3 \text{ or, } x = 2\end{aligned}$$

$$\text{দ্বিতীয় সমস্যাটি : } x^2 - 5x + 6 = 2$$

এই দ্বিঘাত সমীকরণটি সমাধান করো —

$$\begin{aligned}x^2 - 5x + 6 &= 2 \\ \Rightarrow x^2 - 3x - 2x + 6 &= 2 \\ \Rightarrow x(x - 3) - 2(x - 3) &= 2 \\ \Rightarrow (x - 3)(x - 2) &= 2 \\ \Rightarrow x - 3 = 2 \text{ or, } x - 2 &= 2 \\ \Rightarrow x = 2 + 3 \text{ or, } x = 2 + 2 \\ \Rightarrow x = 5 \text{ or, } x = 4\end{aligned}$$

দ্বিতীয় সমস্যাটির ক্ষেত্রে কেন এই সমাধান পদ্ধতিটি ভুল এবং ভুলের কারণ কী তা নিয়ে শিক্ষিকা/শিক্ষক শিক্ষার্থীদের সাথে আলোচনা করবেন এবং বাস্তব সংখ্যার নিয়ম ব্যবহারের সাহায্যে ধীরে ধীরে ঠিক ধারণা গঠন করতে সাহায্য করবেন।

পাঠ্যসূচি

1. একচলবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ

- একচলবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণের ধারণা।
- একচলবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ $ax^2+bx+c=0$ (a, b, c বাস্তব সংখ্যা এবং $a \neq 0$)-এর ধারণা।
- উৎপাদকে বিশ্লেষণের সাহায্যে একচলবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণের সমাধান।
- পূর্ণবর্গাকারে প্রকাশের সাহায্যে একচলবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণের সমাধান।
- শ্রীধর আচার্যের সূত্রের ধারণা।
- বীজদ্বয়ের প্রকৃতি সম্বন্ধে ধারণা।
- বীজদ্বয় জানা থাকলে একচলবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ গঠনের ধারণা।
- বাস্তব সমস্যার সমাধানে একচলবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণের প্রয়োগ।

2. সরল সুদকষা

- আসল, সুদ, শতকরা বার্ষিক সুদের হার, সুদ-আসল, সময় - এদের ধারণা।
- $(I = \frac{prt}{100})$ সূত্রের ধারণা।
- বিভিন্ন বাস্তব সমস্যা সমাধানের ধারণা।

3. বৃত্ত সম্পর্কিত উপপাদ্য

- একই বৃত্তে অথবা সমান বৃত্তে সমান সমান জ্যা সমান সমান চাপ ছিন্ন করে এবং কেন্দ্রে সমান সন্মুখ কোণ উৎপন্ন করে। (প্রমাণের প্রয়োজন নেই)
- একই বৃত্তে অথবা সমান বৃত্তে যে সকল জ্যা কেন্দ্রে সমান সন্মুখ কোণ উৎপন্ন করে তারা পরস্পর সমান। (প্রমাণের প্রয়োজন নেই)
- তিনটি অসমরেক্ষ বিন্দু দিয়ে একটি মাত্র বৃত্ত অঙ্কন করা যায়। (প্রমাণের প্রয়োজন নেই)
- ব্যাস নয় এরূপ কোনো জ্যাকে বৃত্তের কেন্দ্রে দিয়ে অঙ্কিত কোনো সরলরেখা সমদ্বিখণ্ডিত করলে সরলরেখাটি জ্যা-এর উপর লম্ব হবে — প্রমাণ।
- ব্যাস নয় এরূপ কোনো জ্যা-এর উপর কেন্দ্রে দিয়ে অঙ্কিত কোনো লম্বরেখা জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে — প্রমাণ।
- উপরের বিবৃতিগুলির প্রয়োগ।

4. আয়তঘন

- বাস্তবে দেখা আয়তঘনাকার ও ঘনক আকার বস্তুর ধারণা।
- তলসংখ্যা, ধারসংখ্যা, শীর্ষবিন্দুর সংখ্যা এবং কর্ণের সংখ্যার ধারণা।
- সমগ্রতলের ক্ষেত্রফলের সূত্র গঠনের ধারণা।
- আয়তনের সূত্র গঠনের ধারণা।
- কর্ণের দৈর্ঘ্যের সূত্র গঠনের ধারণা।
- বিভিন্ন বাস্তব সমস্যা সমাধানের ধারণা।

5. অনুপাত ও সমানুপাত

- বীজগণিতে অনুপাত ও সমানুপাতের ধারণা।

- ii) বিভিন্ন ধরনের অনুপাত ও সমানুপাতের ধারণা।
- iii) সমানুপাতের বিভিন্ন ধর্ম সমানুপাতের সমস্যায় প্রয়োগের ধারণা।

6. চক্রবৃদ্ধি সুদ (3 বছর পর্যন্ত) ও সমহার বৃদ্ধি বা হ্রাস

- i) সরল সুদ ও চক্রবৃদ্ধি সুদের পার্থক্যের ধারণা।
- ii) চক্রবৃদ্ধি সুদের হার বার্ষিক, ষাণ্মাসিক এবং ত্রৈমাসিক হলে সমূল চক্রবৃদ্ধির সূত্র গঠনের ধারণা।
- iii) বিভিন্ন বাস্তব সমস্যা সমাধানের ধারণা।
- iv) সমূল চক্রবৃদ্ধির সূত্র থেকে সমহারে বৃদ্ধি বা হ্রাসের সূত্র গঠনের ধারণা।
- v) বিভিন্ন বাস্তব সমস্যা সমাধানের ধারণা।

7. বৃত্তস্থ কোণ সম্পর্কিত উপপাদ্য

- i) কেন্দ্রস্থ কোণ ও বৃত্তস্থ কোণের ধারণা।
- ii) একই বৃত্তচাপের উপর অবস্থিত কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ — প্রমাণ।
- iii) কোনো বৃত্তের একই বৃত্তাংশস্থ কোণ সকল সমান — প্রমাণ।
- iv) অর্ধবৃত্তস্থ কোণ সমকোণ — প্রমাণ।
- v) একটি সরলরেখাংশের একই পার্শ্বে অবস্থিত দুটি বিন্দুতে সরলরেখাংশটি সমান কোণ উৎপন্ন করলে বিন্দু চারটি সমবৃত্তস্থ। (প্রমাণের প্রয়োজন নেই)
- vi) উপরের বিবৃতিগুলির প্রয়োগ।

8. লম্ব বৃত্তাকার চোঙ

- i) বাস্তবে দেখা লম্ব বৃত্তাকার চোঙাকৃতি বস্তুর ধারণা।
- ii) লম্ব বৃত্তাকার চোঙের বক্রতল ও সমতলের ধারণা।
- iii) বক্রতলের ক্ষেত্রফলের সূত্র গঠনের ধারণা।
- iv) সমতলের ক্ষেত্রফলের সূত্র গঠনের ধারণা।
- v) আয়তনের সূত্রের ধারণা।
- vi) বিভিন্ন বাস্তব সমস্যা সমাধানের ধারণা।

9. দ্বিঘাত করণী

- i) অমূলদ সংখ্যার ধারণা।
- ii) দ্বিঘাত করণীর ধারণা।
- iii) শূন্য, মিশ্র, সদৃশ ও অসদৃশ দ্বিঘাত করণীর ধারণা।
- iv) অনুবন্ধী করণীর ধারণা।
- v) হরের করণী নিরসক উৎপাদকের ধারণা।
- vi) দ্বিঘাত করণীর যোগ, বিয়োগ, গুণ ও ভাগের ধারণা।
- vii) দ্বিঘাত করণীর বিভিন্ন সমস্যা সমাধানের ধারণা।

10. বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ সংক্রান্ত উপপাদ্য

- বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের বিপরীত কোণগুলি পরস্পর সম্পূরক - প্রমাণ।
- কোনো চতুর্ভুজের বিপরীত কোণগুলি পরস্পর সম্পূরক হলে চতুর্ভুজের শীর্ষবিন্দু চারটি সমবৃত্তস্থ। (প্রমাণের প্রয়োজন নেই)
- উপরের বিবৃতিগুলির প্রয়োগ।

11. সম্পাদ্য : ত্রিভুজের পরিবৃত্ত ও অন্তর্বৃত্ত অঙ্কন

- একটি প্রদত্ত ত্রিভুজের পরিবৃত্ত অঙ্কন।
- একটি প্রদত্ত ত্রিভুজের অন্তর্বৃত্ত অঙ্কন।
- একটি প্রদত্ত ত্রিভুজের বহির্বৃত্ত অঙ্কন। (মূল্যায়নের অন্তর্ভুক্ত নয়)

12. গোলক

- বাস্তবে দেখা গোলক আকার ও অর্ধগোলক আকার ঘনবস্তুর ধারণা।
- গোলকের ও অর্ধগোলকের তলের ধারণা।
- গোলকের বক্রতলের ক্ষেত্রফলের ধারণা।
- অর্ধগোলকের বক্রতল ও সমগ্রতলের ক্ষেত্রফলের ধারণা।
- গোলক ও অর্ধগোলকের আয়তনের ধারণা।
- বিভিন্ন বাস্তব সমস্যা সমাধানের ধারণা।

13. ভেদ

- সরল ভেদ, ব্যস্ত ভেদ ও যৌগিক ভেদের ধারণা।
- ভেদ সম্পর্কিত বিভিন্ন সমস্যা ও বাস্তব সমস্যা সমাধানের ধারণা।

14. অংশীদারি কারবার

- অংশীদারি কারবার সম্বন্ধে ধারণা।
- সরল ও মিশ্র অংশীদারি কারবার সম্বন্ধে ধারণা।
- মূলধন সম্বন্ধে ধারণা।
- লভ্যাংশ বণ্টনের ধারণা।
- অংশীদারি কারবার সংক্রান্ত বিভিন্ন বাস্তব সমস্যায় অনুপাতের প্রয়োগ।

15. বৃত্তের স্পর্শক সংক্রান্ত উপপাদ্য

- একটি বৃত্তের স্পর্শক ও ছেদকের ধারণা।
- একটি বৃত্তের স্পর্শক ও স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ পরস্পর লম্ব — প্রমাণ।
- একটি বৃত্তের বহিঃস্থ বিন্দু থেকে দুটি স্পর্শক অঙ্কন করা হলে বহিঃস্থ বিন্দু ও স্পর্শবিন্দু সংযোগকারী সরলরেখাংশদ্বয় সমান এবং তারা কেন্দ্রে সমান সম্মুখ কোণ উৎপন্ন করে — প্রমাণ।
- সরল সাধারণ স্পর্শক ও তির্যক সাধারণ স্পর্শকের ধারণা।
- দুটি বৃত্ত পরস্পরকে স্পর্শ করলে বৃত্তদ্বয়ের কেন্দ্রদ্বয় এবং স্পর্শবিন্দু সমরেখ। - প্রমাণ
- উপরের বিবৃতিগুলির প্রয়োগ।

16. লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কু

- i) বাস্তবে দেখা লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কু আকৃতি ঘনবস্তুর ধারণা।
- ii) লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কুর বক্রতল ও সমতলের ধারণা।
- iii) লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কুর বক্রতলের ক্ষেত্রফলের ধারণা।
- iv) লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কুর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফলের ধারণা।
- v) লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কুর আয়তনের ধারণা।
- vi) বিভিন্ন বাস্তব সমস্যা সমাধানের ধারণা।

17. সম্পাদ্য : বৃত্তের স্পর্শক অঙ্কন

- i) বৃত্তের উপরিস্থিত একটি বিন্দুতে ওই বৃত্তের স্পর্শক অঙ্কনের ধারণা।
- ii) বৃত্তের বহিঃস্থ একটি বিন্দু থেকে ওই বৃত্তে দুটি স্পর্শক অঙ্কনের ধারণা।

18. সদৃশতা

- i) সদৃশ জ্যামিতিক চিত্রের ধারণা।
- ii) ত্রিভুজের কোনো বাহুর সমান্তরাল সরলরেখা ত্রিভুজের অপর দুই বাহুকে বা তাদের বর্ধিতাংশকে সমানুপাতে বিভক্ত করে। (প্রমাণের প্রয়োজন নেই)
- iii) কোনো সরলরেখা ত্রিভুজের দুই বাহুকে বা তাদের বর্ধিতাংশকে সমানুপাতে বিভক্ত করলে সরলরেখাটি তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল হয়। (প্রমাণের প্রয়োজন নেই)
- iv) দুটি ত্রিভুজ সদৃশকোণী হলে তাদের অনুরূপ বাহুগুলি সমানুপাতী। (প্রমাণের প্রয়োজন নেই)
- v) দুটি ত্রিভুজের বাহুগুলি সমানুপাতী হলে তাদের অনুরূপ কোণগুলি সমান অর্থাৎ তারা পরস্পর সদৃশ। (প্রমাণের প্রয়োজন নেই)
- vi) দুটি ত্রিভুজের একটির একটি কোণ অপরটির একটি কোণের সমান এবং কোণগুলির ধারক বাহুগুলি সমানুপাতী হলে ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ। (প্রমাণের প্রয়োজন নেই)
- vii) একটি সমকোণী ত্রিভুজের সমকৌণিক বিন্দু থেকে অতিভুজের উপর লম্ব অঙ্কন করলে যে দুটি ত্রিভুজ পাওয়া যায় তারা মূল ত্রিভুজের সঙ্গে সদৃশ এবং তারা পরস্পর সদৃশ — প্রমাণ।
- viii) উপরের বিবৃতিগুলির প্রয়োগ।

19. বিভিন্ন ঘনবস্তু সংক্রান্ত বাস্তব সমস্যা

- i) একের অধিক ঘনবস্তুর (আয়তঘন, ঘনক, লম্ব বৃত্তাকার চোঙ, গোলক, অর্ধগোলক, লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কু) সম্পর্কযুক্ত বিভিন্ন বাস্তব সমস্যা সমাধান।

20. ত্রিকোণমিতি : কোণ পরিমাপের ধারণা

- i) ত্রিকোণমিতির উদ্ভব, বিকাশ ও বাস্তব প্রয়োজনীয়তার ব্যাখ্যা।
- ii) ধনাত্মক ও ঋণাত্মক কোণের ধারণা।
- iii) কোণ পরিমাপের ধারণা।
- iv) ষষ্ঠিক পদ্ধতি ও বৃত্তীয় পদ্ধতির ধারণা, তাদের সম্পর্ক ও বিভিন্ন সমস্যায় প্রয়োগের ধারণা।

21. সম্পাদ্য : মধ্যসমানুপাতী নির্ণয়

- i) জ্যামিতিক পদ্ধতিতে দুটি সরলরেখাংশের মধ্যসমানুপাতী নির্ণয়।
- ii) আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমান বর্গক্ষেত্র অঙ্কন।
- iii) ত্রিভুজের সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট বর্গক্ষেত্র অঙ্কন।

22. পিথাগোরাসের উপপাদ্য

- i) পিথাগোরাসের উপপাদ্য — প্রমাণ।
- ii) পিথাগোরাসের উপপাদ্যের বিপরীত উপপাদ্য — প্রমাণ।
- iii) উপরের বিবৃতিগুলির প্রয়োগ।

23. ত্রিকোণমিতিক অনুপাত এবং ত্রিকোণমিতিক অভেদাবলি

- i) সমকোণী ত্রিভুজের সাপেক্ষে বিভিন্ন ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের ধারণা।
- ii) বিভিন্ন ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের পারস্পরিক সম্পর্কের ধারণা।
- iii) কয়েকটি আদর্শ কোণের (0° , 30° , 45° , 60° , 90°) ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের মান নির্ণয় ও বিভিন্ন সমস্যায় প্রয়োগের ধারণা।
- iv) বিভিন্ন সমস্যায় ত্রিকোণমিতিক অনুপাত প্রয়োগের ধারণা।
- v) ত্রিকোণমিতিক অনুপাত থেকে একটি কোণ (যেমন, θ) অপনয়নের ধারণা।

24. পূরক কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত

- i) পূরক কোণের ধারণা।
- ii) একটি কোণের পূরক কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের ধারণা এবং বিভিন্ন সমস্যা সমাধানের ধারণা।

25. ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের প্রয়োগ : উচ্চতা ও দূরত্ব

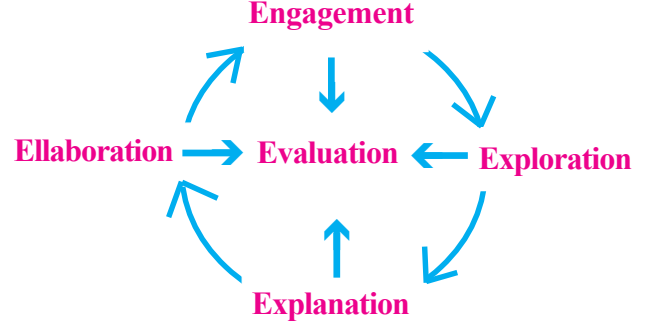
- i) উন্নতি কোণ ও অবনতি কোণের ধারণা।
- ii) সমকোণী ত্রিভুজ, উন্নতি কোণ এবং অবনতি কোণের সাহায্যে ত্রিকোণমিতিক পদ্ধতিতে বাস্তব সমস্যা সমাধানের ধারণা।

26. রাশিবিজ্ঞান : গড়, মধ্যমা, ওজাইভ, সংখ্যাগুরুমান

- i) মধ্যগামিতা মাপকসমূহের ধারণা।
- ii) গড় বা যৌগিক গড়ের ধারণা।
- iii) যৌগিক গড় নির্ণয়ের তিনটি পদ্ধতি : (a) প্রত্যক্ষ পদ্ধতি (b) সংক্ষিপ্ত পদ্ধতি (c) ক্রম-বিচ্যুতি পদ্ধতি - এর ধারণা।
- iv) মধ্যমা নির্ণয়ের প্রয়োজনীয়তার ধারণা।
- v) মধ্যমা নির্ণয়ের সূত্রের ধারণা এবং বিভিন্ন বাস্তব সমস্যা সমাধানের ধারণা।
- vi) ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা বক্ররেখা বা ওজাইভ-এর ধারণা।
- vii) ওজাইভ থেকে মধ্যমা নির্ণয়ের ধারণা।
- viii) সংখ্যাগুরুমান নির্ণয়ের প্রয়োজনীয়তা।
- ix) সংখ্যাগুরুমান নির্ণয়ের সূত্রের ধারণা এবং বিভিন্ন বাস্তব সমস্যা সমাধানের ধারণা।
- x) যৌগিক গড়, মধ্যমা এবং সংখ্যাগুরুমানের সম্পর্ক সম্বন্ধে ধারণা।

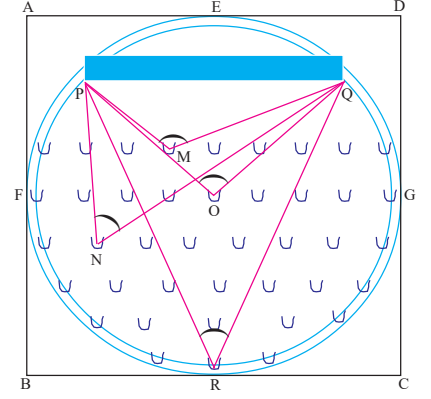
শ্রেণি শিক্ষণে নির্মিতবাদ তত্ত্বের প্রয়োগ
নির্বাচিত শিখন ক্ষেত্র, জ্ঞান গঠন ও পাঠের রূপরেখা

বিষয় : বৃত্তস্থ কোণ সম্পর্কিত উপপাদ্য
(Topic)
শিখনের পদ্ধতি :
5E model
(Learning methodology)



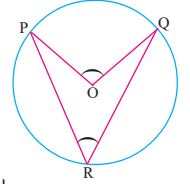
Engage
[Generate Interest]
(বৃত্তস্থ কোণ সম্পর্কিত উপপাদ্যের প্রয়োগের উৎসাহ তৈরি করা)

ABCD একটি বর্গাকার সমতল স্থান, ঐ স্থানের ভেতরে EFRG একটি বৃত্তাকার জায়গা যেখানে নাট্যমঞ্চ এবং দর্শকের আসন একই সমতলে আছে। চিত্রে বিন্দুগুণি(∪)দর্শকের আসন। PQ নাট্যমঞ্চটির সম্মুখ অংশ, বৃত্তের উপর R বিন্দুতে কোনো চেয়ারে PQ যে কোণ উৎপন্ন করে তার দ্বিগুণ কোণ বৃত্তাকার ক্ষেত্রে কোন বিন্দুতে উৎপন্ন করে, তা আমরা ভাববো। বিভিন্ন চেয়ারের অবস্থানে PQ যে কোণ উৎপন্ন করে তা আমরা মেপে মেপে দেখবো। যেমন $\angle PRQ = 60^\circ$, $\angle PMQ = 130^\circ$, $\angle PNQ = 110^\circ$ এবং $\angle POQ = 120^\circ$



Explore
[Establish relationship]
(বৃত্তস্থ কোণ সম্পর্কিত উপপাদ্য জানবে)

কেন্দ্র ছাড়া আর কোনো বিন্দুতে $\angle PRQ$ -এর দ্বিগুণ কোণ পাওয়া গেল না। এটি আমাদের অবাক করলো।



Explain
[Communicate new understanding]
(বৃত্তস্থ কোণ সম্পর্কিত উপপাদ্য ব্যাখ্যা করবে)

কেন এমন হলো তা আমরা বুঝতে চেষ্টা করবো। O, R যুক্ত করলাম।

ধরি, $\angle OPR = \theta \therefore \angle ORP = \theta$

$\therefore \angle POR = 180^\circ - 2\theta$

ধরি, $\angle OQR = \alpha \therefore \angle ORQ = \alpha$

$\therefore \angle QOR = 180^\circ - 2\alpha$

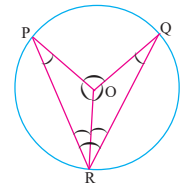
$\therefore \angle POQ = 360^\circ - (180^\circ - 2\theta + 180^\circ - 2\alpha)$

$= 2(\theta + \alpha) = 2\angle PRQ$

$\therefore \angle PRQ = \frac{1}{2} \angle POQ$

এখানে আমাদের জানা দুটি বিষয় সুন্দরভাবে ব্যবহার করলাম :

- (i) সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সমান বাহুদুটির বিপরীত কোণ দুটির পরিমাপের সমান হয় এবং
- (ii) ত্রিভুজের তিনটি কোণের পরিমাপের সমষ্টি দুই সমকোণ।



Extend/Elaborate

[Apply new learning to a new or similar situation]

(বৃত্তস্থ কোণ সম্পর্কিত উপপাদ্যে যা বুঝেছে তা কাজে লাগাবে)

R বিন্দুর মতো বৃত্তের উপরের যেকোনো বিন্দুতে PQ কী কোণ উৎপন্ন করে তা মেপে দেখতে গিয়ে আমরা অবাক হলাম এবং দেখলাম,

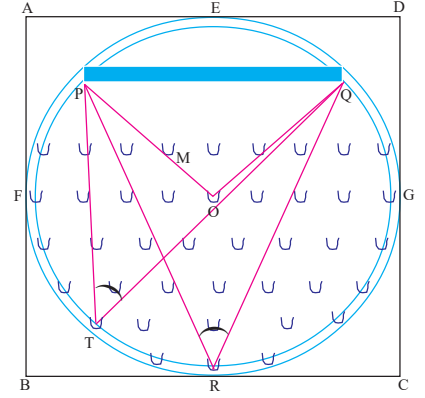
$$\angle PRQ = 60^\circ = \angle PTQ$$

কেন এমন হলো তা আমরা প্রমাণ করার চেষ্টা করি।

আমরা দেখেছি, $\angle POQ = x^\circ$ হলে,
 $\angle PRQ = \frac{1}{2}x^\circ$ হয়,

একইভাবে আমরা প্রমাণ করতে পারবো যে, $\angle PTQ = \frac{1}{2}x^\circ$

$$\text{অর্থাৎ } \angle PRQ = \angle PTQ.$$



Evaluate

[Apply within problem situation]

(বৃত্তস্থ কোণ সম্পর্কিত উপপাদ্যের বাস্তব সমস্যায় প্রয়োগ)

যদি বৃত্তাকার ক্ষেত্রের অর্ধেক অংশে মঞ্জু এবং বাকি অর্ধেক অংশে দর্শকের আসন থাকত তখন মঞ্জুর সম্মুখ অংশে R বিন্দুতে এবং T বিন্দুতে অবস্থিত চেয়ারে কত কোণ উৎপন্ন করে তা মেপে দেখতে গিয়ে দেখলাম দুটি কোণই সমকোণ।

তা আমাদের আবার অবাক করলো।

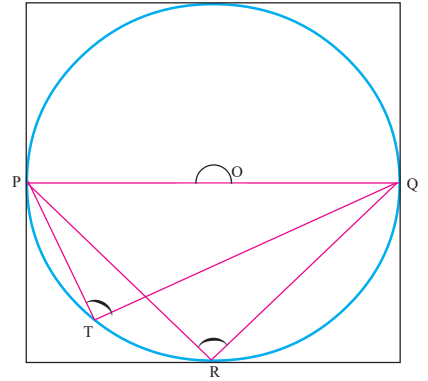
কিভাবে এমন হলো তা আমরা যুক্তি দিয়ে বোঝার চেষ্টা করি।

সহজেই আমরা লক্ষ করলাম যে, এক্ষেত্রে $\angle POQ$ একটি সরলকোণ

$$\text{অর্থাৎ } \angle POQ = 180^\circ$$

আর তাই, $\angle PTQ = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ$

একইভাবে, $\angle PRQ = 90^\circ$



Math Lab Activity

বিষয় : সক্রিয়তাভিত্তিক কর্মের মাধ্যমে কোনো বৃত্তের একটি বৃত্তচাপের দ্বারা গঠিত সম্মুখ কেন্দ্রস্থকোণের সঙ্গে ঐ চাপের (Topic) দ্বারা গঠিত যে কোনো বৃত্তস্থ কোণের সম্পর্ক নির্ণয়।

পূর্বজ্ঞান :

(Previous knowledge)

শিখনের উদ্দেশ্য :

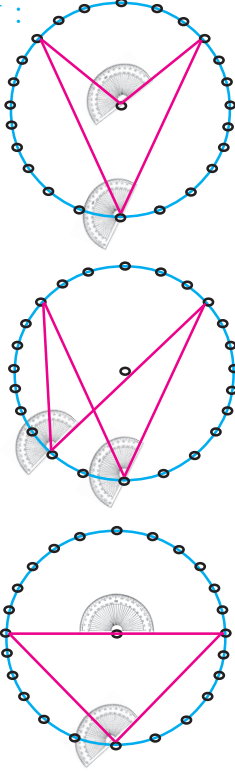
(Learning objectives)

- বৃত্ত, বৃত্তের কেন্দ্র, বৃত্তের চাপ
- বৃত্তে কোনো চাপের দ্বারা সম্মুখ কেন্দ্রস্থ কোণ
- বৃত্তে কোনো চাপের দ্বারা সম্মুখ বৃত্তস্থ কোণ
- বৃত্তস্থ কোণ সম্পর্কিত ধর্ম জানা
- হাতেকলমের কাজের মধ্যে দিয়ে শিক্ষার্থী কোনো বৃত্তে একই চাপের দ্বারা সৃষ্টি কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ এই সম্পর্ক যাচাই করবে।
- বৃত্তস্থ কোণ সম্পর্কিত ধর্ম বিভিন্ন জ্যামিতিক প্রমাণে ব্যবহার করবে।

প্রয়োজনীয় উপকরণ :

শক্ত কার্ডবোর্ড, আঠা, সাদা কাগজ, জ্যামিতি বাক্সের উপকরণ, ছোট ছোট পেরেক, গার্টার (রাবার ব্যান্ড)

পদ্ধতি :



- একটি সাদা কাগজে যে কোনো ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বড় বৃত্ত অঙ্কন করা হলো। বৃত্তটির কেন্দ্র ধরি O। বৃত্তটিতে সমান ব্যবধানে কতকগুলি বিন্দু নেওয়া হলো।
- আঠা দিয়ে কাগজটিকে কার্ডবোর্ডে লাগানো হলো।
- প্রতিটি বিন্দুতে ছোট ছোট পেরেক গেঁথে দেওয়া হলো এবং কেন্দ্রেও একটি পেরেক গেঁথে দেওয়া হলো।
- গার্টার দিয়ে যে কোনো কেন্দ্রস্থ কোণ এবং অপর গার্টার দিয়ে একই চাপের দ্বারা যে কোনো বৃত্তস্থ কোণ তৈরি করা হলো।
- চাঁদা দিয়ে কেন্দ্রস্থ কোণ এবং বৃত্তস্থ কোণদ্বয় পরিমাপ করা হলো।
- দেখা গেলো কেন্দ্রস্থ কোণের পরিমাপ বৃত্তস্থ কোণের পরিমাপের দ্বিগুণ।
- আবার একই চাপের দ্বারা সৃষ্ট একাধিক বৃত্তস্থ কোণগুলি তৈরি করলে দেখা যাবে বৃত্তস্থ কোণগুলির পরিমাপ সমান।
- অর্ধবৃত্তস্থ কোণ গার্টারের সাহায্যে সৃষ্টি করে তা চাঁদার সাহায্যে পরিমাপ করবে।

সুতরাং, আমরা পেলাম (i) কোনো বৃত্তের একটি বৃত্তচাপের দ্বারা গঠিত সম্মুখ কেন্দ্রস্থ কোণের পরিমাপ ঐ চাপের দ্বারা গঠিত যে কোনো বৃত্তস্থ কোণের পরিমাপের দ্বিগুণ।

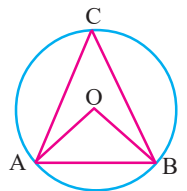
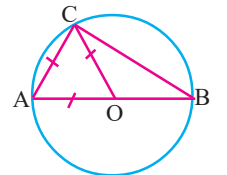
(ii) একই চাপের দ্বারা সৃষ্ট বৃত্তস্থ কোণগুলির পরিমাপও সমান।

(iii) অর্ধবৃত্তস্থ কোণের পরিমাপ 1 সমকোণ।

কর্মপত্র : 1 (worksheet-1)

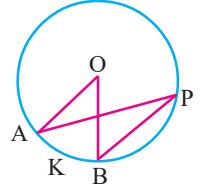
A. ঠিক উত্তরটি নির্বাচন করো :

- (i) কোনো কোণের শীর্ষবিন্দু বৃত্তের কেন্দ্রে অবস্থিত হলে কোণটি
- (a) অর্ধবৃত্তস্থ কোণ (b) বৃত্তস্থ কোণ (c) কেন্দ্রস্থ কোণ (d) অর্ধবৃত্তস্থ কোণ বা বৃত্তস্থ কোণ।
- (ii) বৃত্তের যে কোনো দুটি জ্যা বৃত্তের উপর কোনো বিন্দুতে মিলিত হয়ে যে কোণ উৎপন্ন করে সেই কোণটি
- (a) কেন্দ্রস্থ কোণ (b) প্রবৃদ্ধ কোণ (c) অর্ধবৃত্তস্থ কোণ বা বৃত্তস্থ কোণ (d) কেন্দ্রস্থ কোণ বা প্রবৃদ্ধ কোণ
- (iii) চিত্রে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে A, B, C বিন্দু তিনটি বৃত্তের উপর অবস্থিত এবং ΔAOC একটি সমবাহু ত্রিভুজ। $\angle BCO =$
- (a) $\frac{1}{2} \angle AOB$ (b) $\frac{1}{2} \angle ACB$ (c) $\frac{1}{2} \angle AOC$ (d) $\frac{1}{2} \angle COB$
- (iv) চিত্রে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে A, B, এবং C বিন্দু তিনটি এমনভাবে অবস্থিত যাতে ABC একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ হয়। $\angle BAC = 50^\circ$ হলে $\angle AOC$ -এর মান
- (a) 80° (b) 100° (c) 160° (d) 50°



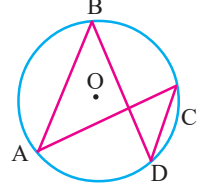
B. শূন্যস্থান পূরণ করো :

(i) পাশের চিত্রে, AKB चापের দ্বারা গঠিত সম্মুখ বৃত্তস্থ কোণটি হলো _____ ।



(ii) (i) নং প্রশ্নের চিত্রে, AKB चापের দ্বারা গঠিত সম্মুখ কেন্দ্রস্থ কোণটি হলো _____ ।

(iii) (i) নং প্রশ্নের চিত্রে, $\angle AOB = 80^\circ$ হলে, $\angle APB$ -এর মান _____ ।



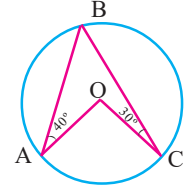
(iv) পাশের চিত্রে, $\angle ABD = 50^\circ$ হলে, $\angle ACD$ -এর মান _____ ।

C. সত্য/মিথ্যা লেখো :

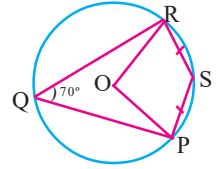
- (i) অর্ধবৃত্তস্থ কোণ একটি কেন্দ্রস্থ কোণ।
- (ii) বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের বিপরীত কোণগুলির পরিমাপ সর্বদা পরস্পর সমান।
- (iii) বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের চারটি কোণই বৃত্তস্থ কোণ।
- (iv) বৃত্তের সমান সমান চাপগুলি বৃত্তের কেন্দ্রে সর্বদা সমান কোণ উৎপন্ন করে।

D. নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর দাও :

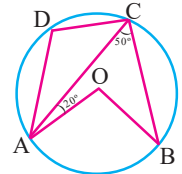
(i) পাশের চিত্রে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে $\angle OAB = 40^\circ$ এবং $\angle OCB = 30^\circ$ হলে, $\angle AOC$ -এর মান নির্ণয় করো।



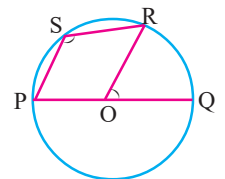
(ii) পাশের চিত্রে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের উপর P, Q, R এবং S চারটি বিন্দু এবং PQRS একটি চতুর্ভুজ। $PS = RS$ এবং $\angle PQR = 70^\circ$ । $\angle ORS$ -এর মান নির্ণয় করো।



(iii) পাশের চিত্রে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে A, B, C এবং D বিন্দু চারটি বৃত্তের উপর অবস্থিত। $\angle ACB = 50^\circ$ এবং $\angle OAC = 20^\circ$ হলে, $\angle ADC$ -এর মান নির্ণয় করো।



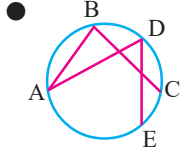
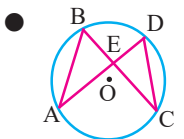
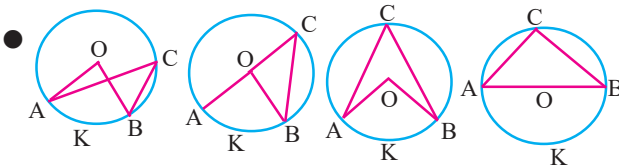
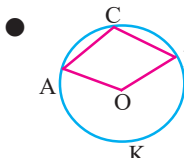
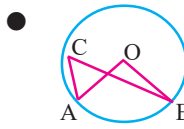
(iv) পাশের চিত্রে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে PQ একটি ব্যাস। S এবং R বৃত্তের উপর অবস্থিত দুটি বিন্দু। $\angle PSR$ এবং $\angle QOR$ -এর মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় করো।



E. (i) কোনো বৃত্তে একই চাপের দ্বারা গঠিত সম্মুখ কেন্দ্রস্থ কোণ বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ এই উপপাদ্যটি প্রয়োগ করে প্রমাণ করো যে কোনো বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের বিপরীত কোণগুলি পরস্পর পরস্পরের সম্পূরক

(ii) প্রমাণ করো যে, যে-কোনো সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের মধ্যবিন্দু ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু থেকে সমদূরবর্তী

উপরের কাজগুলির ভিত্তিতে শিক্ষার্থীরা কি কি ভুল করতে পারে বা তাদের কিরূপ অসম্পূর্ণ ধারণা থাকে তার কিছু অংশ :

শিক্ষার্থীদের সম্ভাব্য ভুল	সংশোধনী
 <p>চিত্রে, $\angle ABC$ এবং $\angle ADE$ একই বৃত্তাংশস্থিত কোণ।</p>	<ul style="list-style-type: none"> কোণ দুটি একই বৃত্তাংশস্থিত কোণ নয় কারণ $\angle ABC$, $ABDC$ বৃত্তাংশে অবস্থিত এবং $\angle ADE$, $ADCE$ বৃত্তাংশে অবস্থিত।
 <p>$\angle ABC = \frac{1}{2} \angle AEC$ এবং $\angle ADC = \frac{1}{2} \angle AEC$</p>	<ul style="list-style-type: none"> $\angle AEC$ কোনো কেন্দ্রস্থ কোণ নয় কারণ কেন্দ্রস্থ কোণের শীর্ষবিন্দু বৃত্তের কেন্দ্রে অবস্থিত।
 <p>চিত্র চারটিতে কেন্দ্রস্থ কোণের পরিমাপের সঙ্গে বৃত্তস্থ কোণের পরিমাপের সম্পর্ক একই থাকে এটি বুঝতে না পেরে ভুল সিদ্ধান্ত করা।</p>	<ul style="list-style-type: none"> বৃত্তের উপর C বিন্দুর বিভিন্ন অবস্থানের জন্য একই AKB চাপের দ্বারা সৃষ্টি সম্মুখ কেন্দ্রস্থ কোণের পরিমাপের সঙ্গে বৃত্তস্থ কোণের পরিমাপের সম্পর্ক একই থাকে। চিত্রে, কোণগুলির মধ্যে সম্পর্কগুলি ধীরে ধীরে যুক্তি দিয়ে বুঝতে হবে।
 <p>$AOBC$ চতুর্ভুজটির বিপরীত কোণগুলির পরিমাপের সমষ্টি 180°</p>	<ul style="list-style-type: none"> $AOBC$ চতুর্ভুজটি বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ নয়। কারণ বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের সব কৌণিক বিন্দুগুলি বৃত্তের উপর অবস্থিত।
 <p>$\angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB$</p>	<ul style="list-style-type: none"> $\angle ACB$ কোনো বৃত্তস্থ কোণ নয় কারণ কোণটির শীর্ষবিন্দুটি বৃত্তের উপর অবস্থিত নয়।
<ul style="list-style-type: none"> কোনো বৃত্তস্থ কোণের মান 90° হলে কোণের বাহু দুটির প্রান্ত বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখাংশ বৃত্তের ব্যাস হয়। কিন্তু এই কোণটি সর্বদা অর্ধবৃত্তস্থ কোণ হবে এটি বুঝতে না পারা 	<ul style="list-style-type: none"> অর্ধবৃত্তস্থ কোণের পরিমাপ সর্বদা 90° এবং এই কোণ যে জ্যা-এর দ্বারা তৈরি সেই জ্যাটি সর্বদা বৃত্তের ব্যাস হয়।

কাম্য শিখন সামর্থ্য (Expected Learning Outcomes)

শিক্ষার্থী -

- কোনো বৃত্তে একই চাপের (বা একই জ্যা-এর) দ্বারা সৃষ্ট সম্মুখ কেন্দ্রস্থ কোণ এবং সম্মুখ বৃত্তস্থ কোণকে চিনতে পারবে।
- সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের দুটি কোণ সমান, ত্রিভুজের তিনটি কোণের পরিমাপের সমষ্টি 180° এবং কোনো বিন্দুর চতুর্দিকে মোট কোণের পরিমাপ 360° ইত্যাদি বিষয়গুলি বৃত্তস্থ কোণ সম্পর্কিত উপপাদ্যে প্রয়োগ করতে পারবে।
- বৃত্তে একই চাপের দ্বারা সৃষ্ট সম্মুখ কেন্দ্রস্থ কোণ এবং সম্মুখ বৃত্তস্থকোণের মধ্যে সম্পর্ক প্রতিষ্ঠা করতে পারবে।
- কোনো বৃত্তে একই চাপের দ্বারা সৃষ্ট সম্মুখ কেন্দ্রস্থ কোণের সঙ্গে বৃত্তস্থ কোণগুলির সম্পর্ক প্রতিষ্ঠা করতে পারবে।
- বৃত্তস্থ কোণগুলির নিজেদের মধ্যে সম্পর্ক কী হবে তার সিদ্ধান্তে পৌঁছাতে পারবে।
- অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক সমকোণ তা প্রতিষ্ঠা করতে পারবে।
- বিভিন্ন ধরনের জ্যামিতিক সমস্যা সমাধানে বৃত্তস্থ কোণ সম্পর্কিত উপপাদ্যগুলির মধ্যে সমন্বয় সাধন করতে পারবে।
- বৃত্তস্থ কোণ সম্পর্কিত উপপাদ্যগুলি বিভিন্ন জ্যামিতিক প্রমাণে প্রয়োগ করতে পারবে।

বিষয় :

ত্রিকোণমিতিক অনুপাত

(Topic)

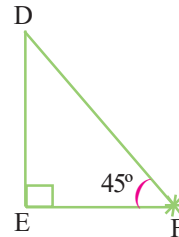
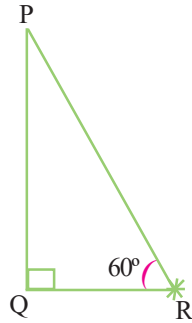
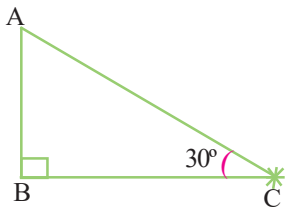
শিখনের পদ্ধতি :

ICON model

(Learning methodology)

পূর্বজ্ঞান (Previous knowledge) :

অনুপাতের ধারণা, পিথাগোরাসের উপপাদ্যের ধারণা



পর্যবেক্ষণ :

(Observation)

বাড়ে স্কুলের মাঠের পাশে পরপর তিনটি গাছ ভেঙে পড়েছে কিন্তু গাছ থেকে ভেঙে পড়া অংশগুলির কোনোটিই পুরোপুরি বিচ্ছিন্ন হয়নি। আবার প্রত্যেকটিরই ভেঙে পড়া অংশের অগ্রভাগ মাটিকে স্পর্শ করেছে। মনে হচ্ছে গাছ তিনটির প্রথমটির ভেঙে পড়া অংশের দৈর্ঘ্য বাকি অংশের দৈর্ঘ্যের প্রায় দ্বিগুণ। দ্বিতীয় গাছটির ভেঙে পড়া অংশের দৈর্ঘ্য গাছটির গোড়া থেকে শীর্ষের দূরত্বের প্রায় দ্বিগুণ এবং তৃতীয় গাছটির ভেঙে পড়া অংশ বাদে বাকি অংশের দৈর্ঘ্য গাছটির গোড়া থেকে শীর্ষের দূরত্বের প্রায় সমান।

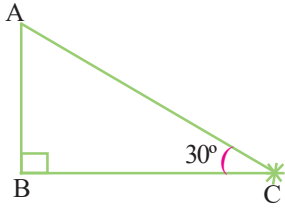
আবার এটাও লক্ষ করা যাচ্ছে যে, তিনটি ক্ষেত্রে গাছের শীর্ষদেশ ভূমির সঙ্গে তিনটি ভিন্ন কোণ উৎপন্ন করেছে।

পূর্বসূত্র স্থাপন :
(Contextualisation)

জ্ঞানগত শিক্ষানবিশি :
(Cognitive Apprenticeship)

সহযোগিতা :
(Collaboration)

ব্যাখ্যা নির্মাণ :
(Interpretation construction)



এখন প্রশ্ন জাগে যে এই কোণগুলির পরিমাপের সঙ্গে বাহুগুলির দৈর্ঘ্যগুলির পরিমাপের কি কোনো সম্পর্ক আছে?

শিক্ষিকা/শিক্ষক মহাশয় শিক্ষার্থীদের কয়েকটি দলে ভাগ করে দেবেন এবং প্রত্যেকটি দলকে এমন তিনটি সমকোণী ত্রিভুজ অঙ্কন করতে বলবেন যাতে

- প্রথম সমকোণী ত্রিভুজে অতিভূজের দৈর্ঘ্য লম্বের দৈর্ঘ্যের দ্বিগুণ।
- দ্বিতীয় সমকোণী ত্রিভুজে অতিভূজের দৈর্ঘ্য ভূমির দৈর্ঘ্যের দ্বিগুণ।
- তৃতীয় সমকোণী ত্রিভুজে ভূমি ও লম্বের দৈর্ঘ্য সমান।

প্রতিক্ষেত্রে ভূমি এবং অতিভূজের মধ্যবর্তী কোণের পরিমাপ করবে।

কোণের সঙ্গে ত্রিভূজের বাহুগুলির মধ্যে কোনো সম্পর্ক তৈরি করা যায় কিনা ভাবতে বলবেন এবং শিক্ষিকা/শিক্ষক মহাশয় তাদের সাহায্য করবেন।

দলগতভাবে শিক্ষার্থীরা আলোচনা করে এবং একে অপরের সঙ্গে অভিজ্ঞতা বিনিময় করে কাজটি করার চেষ্টা করবে।

প্রথম ক্ষেত্রে, ΔABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ যার $AC = 2 \cdot AB$ পরিমাপ করে দেখা গেলো যে, $\angle BCA = 30^\circ$

মজার ব্যাপার হলো যে, প্রত্যেকটি দলেরই এই কোণের মান হলো 30° । এতে সবাই বেশ অবাক হলো।

শিক্ষার্থীরা জানবে যে, $\angle BCA$ -এর সাপেক্ষে লম্ব = AB এবং ভূমি = BC ধরা হয়।

এই কোণের সাপেক্ষে ত্রিভূজের এই বাহু দুটির দৈর্ঘ্যের অনুপাতকে প্রকাশ করা যায় এবং এই অনুপাতটির একটি নাম দেওয়া হয়। যেমন —

$$\frac{\text{লম্বের দৈর্ঘ্য}}{\text{অতিভূজের দৈর্ঘ্য}} = \sin \angle BCA = \frac{AB}{AC} = \frac{AB}{2 \cdot AB} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

একে ত্রিকোণমিতিক অনুপাত বলে।

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে, ΔPQR একটি সমকোণী ত্রিভুজ যার $PR = 2 \cdot QR$

পরিমাপ করে দেখা গেলো যে, $\angle PRQ = 60^\circ$

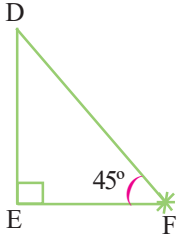
প্রত্যেকটি দলেরই এই কোণের মান হলো 60° ।

শিক্ষার্থীরা জানবে যে, $\angle PRQ$ -এর সাপেক্ষে লম্ব = PQ এবং ভূমি = QR ধরা হয়।

এই কোণের সাপেক্ষে ত্রিভূজের এই বাহু দুটির দৈর্ঘ্যের অনুপাতকে প্রকাশ করা যায় এবং এই অনুপাতটির একটি নাম দেওয়া হয়। যেমন —

$$\frac{\text{ভূমির দৈর্ঘ্য}}{\text{অতিভূজের দৈর্ঘ্য}} = \cos \angle PRQ = \frac{QR}{PR} = \frac{QR}{2 \cdot QR} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$



তৃতীয় ক্ষেত্রে, $\triangle DEF$ একটি সমকোণী ত্রিভুজ যার $DE = EF$

পরিমাপ করে দেখা গেল, $\angle DFE = 45^\circ$

প্রত্যেকটি দলেরই এই কোণের মান হলো 45° ।

তারা জানবে যে, $\angle DFE$ -এর সাপেক্ষে লম্ব = DE এবং ভূমি = EF কে ধরা হয়। একইভাবে এই কোণের সাপেক্ষে ত্রিভুজের এই বাহু দুটির দৈর্ঘ্যের অনুপাতকে প্রকাশ করা যায় এবং এই অনুপাতটির একটি নাম দেওয়া হয়। যেমন —

$$\frac{\text{লম্বের দৈর্ঘ্য}}{\text{ভূমির দৈর্ঘ্য}} = \tan \angle DFE = \frac{DE}{EF} = \frac{DE}{DE} = 1$$

$$\Rightarrow \tan 45^\circ = 1$$

একেও অপর একটি ত্রিকোণমিতিক অনুপাত বলে।

এখানে তিনটি ত্রিকোণমিতিক অনুপাত পাওয়া গেল। ত্রিভুজের তিনটি বাহু থেকে দুটি করে বাহু নিয়ে 6 টি অনুপাত তৈরি করা যায়। তাই 6 টি ত্রিকোণমিতিক অনুপাত পাওয়া যাবে।

বহুমুখী ব্যাখ্যা :

(Multiple interpretation)

$$30^\circ \text{ কোণের ক্ষেত্রে, } \frac{\text{অতিভুজের দৈর্ঘ্য}}{\text{লম্বের দৈর্ঘ্য}} = \text{cosec } \angle BCA$$

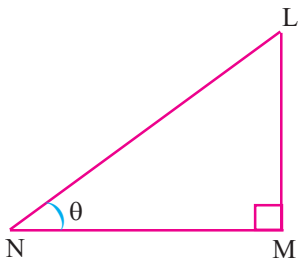
$$\therefore \text{cosec } 30^\circ = \frac{2 AB}{AB} = 2$$

$$60^\circ \text{ কোণের ক্ষেত্রে, } \frac{\text{অতিভুজের দৈর্ঘ্য}}{\text{ভূমির দৈর্ঘ্য}} = \text{sec } \angle PRQ$$

$$\therefore \text{sec } 60^\circ = \frac{2 QR}{QR} = 2$$

$$45^\circ \text{ কোণের ক্ষেত্রে, } \frac{\text{ভূমির দৈর্ঘ্য}}{\text{লম্বের দৈর্ঘ্য}} = \text{cot } \angle DFE$$

$$\therefore \text{cot } 45^\circ = \frac{EF}{DE} = \frac{DE}{DE} = 1$$



সুতরাং, একটি সমকোণী ত্রিভুজ LMN -এর $\angle LMN = 90^\circ$ এবং $\angle MNL = \theta$ [অজ্ঞাত ভূমি সংলগ্ন কোণের পরিমাপ ধরা হলো θ]

$$\sin \theta = \frac{\text{লম্বের দৈর্ঘ্য}}{\text{অতিভুজের দৈর্ঘ্য}} = \frac{LM}{NL}$$

$$\cos \theta = \frac{\text{ভূমির দৈর্ঘ্য}}{\text{অতিভুজের দৈর্ঘ্য}} = \frac{MN}{NL}$$

$$\tan \theta = \frac{\text{লম্বের দৈর্ঘ্য}}{\text{ভূমির দৈর্ঘ্য}} = \frac{LM}{MN}$$

$$\operatorname{cosec} \theta = \frac{\text{অতিভুজের দৈর্ঘ্য}}{\text{লম্বের দৈর্ঘ্য}} = \frac{NL}{LM}$$

$$\sec \theta = \frac{\text{অতিভুজের দৈর্ঘ্য}}{\text{ভূমির দৈর্ঘ্য}} = \frac{LN}{MN}$$

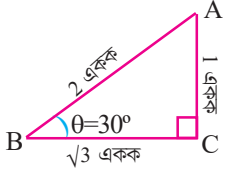
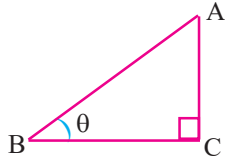
$$\cot \theta = \frac{\text{ভূমির দৈর্ঘ্য}}{\text{লম্বের দৈর্ঘ্য}} = \frac{MN}{LM}$$

$$\text{এখন, } \frac{LM}{NL} \div \frac{MN}{NL} = \frac{LM}{MN} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \tan \theta$$

$$\text{আবার, } \frac{MN}{NL} \div \frac{LM}{NL} = \frac{MN}{LM} = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \cot \theta$$

বহুমুখী উপস্থাপনা :

(Multiple manifestation)



কোনো একটি সমকোণী ত্রিভুজে ভূমি সংলগ্ন কোণটি θ ধরা হলো। θ কোণটির সাপেক্ষে আমরা 6 টি ত্রিকোণমিতিক অনুপাত শিখলাম— $\sin \theta$, $\cos \theta$, $\tan \theta$, $\operatorname{cosec} \theta$, $\sec \theta$ এবং $\cot \theta$

এই অনুপাতগুলি যে-কোনো একটির মান জানা থাকলে অপর 5 টির মান নির্ণয় করা সম্ভব। যেমন —

$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ হলে, $\cos 30^\circ$, $\tan 30^\circ$, $\operatorname{cosec} 30^\circ$, $\sec 30^\circ$ এবং $\cot 30^\circ$ -এর মান নির্ণয় করি —

Math Lab Activity

বিষয় : ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের মান নির্ণয়

(Topic)

পূর্বজ্ঞান :

(Previous knowledge)

শিখনের উদ্দেশ্য :

(Learning objectives)

প্রয়োজনীয় উপকরণ :

(Materials required)

শিক্ষার্থী কিভাবে করবে :

(Execution of task)

- সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ ছাড়া অপর একটি কোণের সাপেক্ষে লম্ব, ভূমি এবং অতিভুজ সম্বন্ধে ধারণা।
 - বাহুর দৈর্ঘ্যের সাপেক্ষে কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত প্রকাশের ধারণা।
- ত্রিকোণমিতিক অনুপাত ব্যবহার করে বিভিন্ন বস্তুর উচ্চতা ও দৈর্ঘ্য এবং বিভিন্ন কোণের মান নির্ণয়ের ধারণা করা।
- জ্যামিতি বাস্তব উপকরণ, সাদা কাগজ, ক্যালকুলেটর।
- (i) সেটস্কোয়ারের সাহায্যে যে কোনো একটি সমকোণী ত্রিভুজ অঙ্কন করবে।
 - (ii) স্কেলের সাহায্যে ত্রিভুজটির বাহুগুলির দৈর্ঘ্য পরিমাপ করবে এবং লিখবে।

- (iii) সমকোণ ছাড়া চাঁদার সাহায্যে অপর একটি কোণের পরিমাপ করবে এবং লিখবে।
- (iv) ঐ কোণের দুটি ত্রিকোণমিতিক অনুপাত লিখবে (যেমন $\sin\theta$ এবং $\tan\theta$) এবং নীচের ছকটি পূরণ করে মান নির্ণয় করবে।
- (v) শিক্ষক/শিক্ষিকার কাছ থেকে বা ক্যালকুলেটরের সাহায্যে যষ্টিক পদ্ধতিতে ত্রিকোণমিতিক কোণের মান জানবে এবং ছকে লিখবে।
- (vi) বাহুগুলির দৈর্ঘ্যের অনুপাতের সঙ্গে কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত প্রায় সমান হলো কিনা যাচাই করবে।
- (vii) θ কোণটি স্থির রেখে বাহুগুলির দৈর্ঘ্য পরিবর্তন করে প্রক্রিয়া আরও একবার করবে।

ক্রমিক সংখ্যা	লম্বের দৈর্ঘ্য	ভূমির দৈর্ঘ্য	অতিভূজের দৈর্ঘ্য	$\frac{\text{লম্বের দৈর্ঘ্য}}{\text{অতিভূজের দৈর্ঘ্য}}$	$\frac{\text{লম্বের দৈর্ঘ্য}}{\text{ভূমির দৈর্ঘ্য}}$	θ	$\sin\theta$	$\tan\theta$

Math Lab Activity

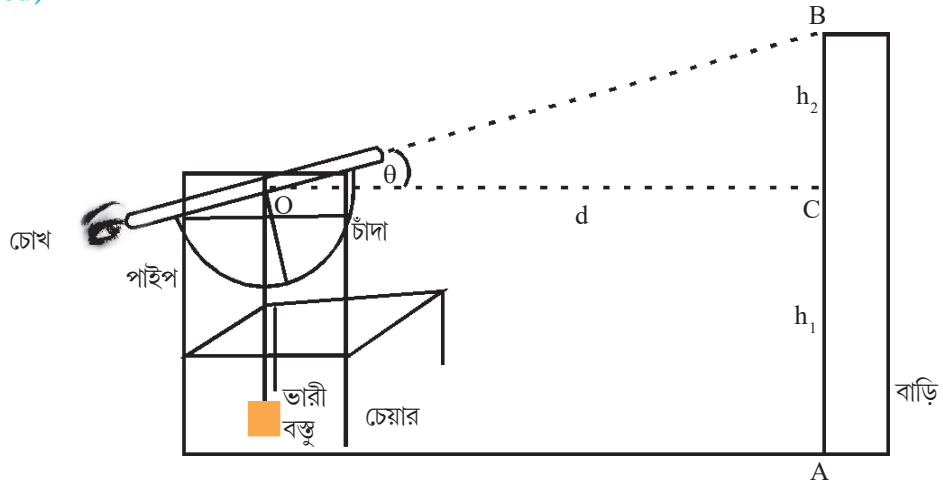
বিষয় : ত্রিকোণমিতিক অনুপাত ব্যবহার করে কোনো বস্তুর উচ্চতা নির্ণয়
(Topic)

পূর্বজ্ঞান :

- সমকোণী ত্রিভুজে কোনো কোণের সাপেক্ষে লম্ব, অতিভূজ এবং ভূমিকে চেনা।
- কোনো কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের মান নির্ণয় করতে জানা।

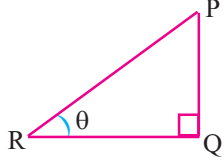
শিখনের উদ্দেশ্য : কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত ব্যবহার করে কোনো বস্তুর উচ্চতা, বস্তুর দূরত্ব নির্ণয় করা।
(Learning objectives)

প্রয়োজনীয় উপকরণ : ক্লিনোমিটার (কোণ মাপার যন্ত্র), পরিমাপের ফিতা, সাদা কাগজ, জ্যামিতি বাক্সের উপকরণ।
(Materials required)



শিক্ষার্থী কিভাবে করবে :
(Execution of task)

ক্লিনোমিটার প্রস্তুতি : চিত্রের মতো একটি কাঠের চেয়ারে একটি কাঠের চাঁদার কেন্দ্র স্কু-এর সাহায্যে এমনভাবে লাগাতে হবে যে চাঁদাটি কেন্দ্রের চারিপাশে ঘুরতে পারে। চাঁদার সরলরেখিক ধারে একটি প্লাস্টিকের ফাঁপা সোজা পাইপ আঠা দিয়ে আটকে দিতে হবে। চাঁদার কেন্দ্র দিয়ে একটি ভার সুতো দিয়ে বুলিয়ে দিতে হবে যাতে চাঁদাটি যে কোনো কোণে স্থির থাকতে পারে। পাইপের মধ্যে দিয়ে নীচের প্রান্ত থেকে অপর প্রান্তের দিকে সামনে কোনো উঁচু বস্তুর শীর্ষের দিকে তাকিয়ে কোণের পরিমাপ করা যায়। (অন্য পদ্ধতিতেও ক্লিনোমিটার বানানো সম্ভব)



- (i) একটি একতলা বাড়ির উচ্চতা (AB) পরিমাপের জন্য ক্লিনোমিটারটি উপযুক্ত জায়গায় রাখতে হবে।
- (ii) চাঁদাটি ঘুরিয়ে ফাঁপা পাইপের মধ্যে দিয়ে বাড়িটির শীর্ষদেশের দিকে তাকাতে হবে। চিত্রের মতো করে তাকাতে হবে।
- (iii) তাকানোর রেখাটি চাঁদার কেন্দ্র দিয়ে অনুভূমিক রেখার সঙ্গে যে কোণ উৎপন্ন করে তার পরিমাপ (θ) পাওয়া যাবে।
- (iv) বাড়িটির দূরত্ব d (OC) ফিতার সাহায্যে পরিমাপ করতে হবে।
- (v) ভূমিতল থেকে চাঁদাটির কেন্দ্রের উচ্চতা h_1 (AC) পরিমাপ করতে হবে।
- (vi) চিত্রে, $BC = h_2$ ধরি
- (vii) ক্লিনোমিটারটি বিভিন্ন জায়গায় সরিয়ে θ , d এবং h_2 -এর বিভিন্ন পরিমাপ নির্ণয় করা যাবে।
- (viii) ওই θ কোণের পরিমাপ ব্যবহার করে একটি সমকোণী ত্রিভুজ অঙ্কন করবে এবং ত্রিভুজটির (ΔPQR , $\angle R = \theta$, $\angle Q = 90^\circ$) বাহুর দৈর্ঘ্যের সাহায্যে একটি ত্রিকোণমিতিক অনুপাত ($\tan\theta$) নির্ণয় করবে।
- (ix) এই $\tan\theta$ -এর মান, d , h_1 , h_2 -এর মানের সাহায্যে বাড়িটির উচ্চতা (AB) পাওয়া যাবে।

পর্যবেক্ষণ (Observation) :

ক্রমিক সংখ্যা	θ -এর মান	$\tan\theta$ -এর মান	d -এর মান	$\tan\theta = \frac{h_2}{d}$ থেকে h_2 -এর মান	h_1 -এর মান	AB-এর মান

কিছু বিশেষ বিশেষ পরিমাপের কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত কেন আলোচিত হয় তা বোঝার চেষ্টা করি :

কিছু জিনিসের উচ্চতা বা দূরত্ব মাপা আমাদের দরকার কিন্তু তা এতো উঁচু বা এতো লম্বা যা ফিতে দিয়ে মাপা সম্ভব হচ্ছে না। এইসব ক্ষেত্রে আমরা ত্রিকোণমিতির সাহায্য নিয়ে থাকি।

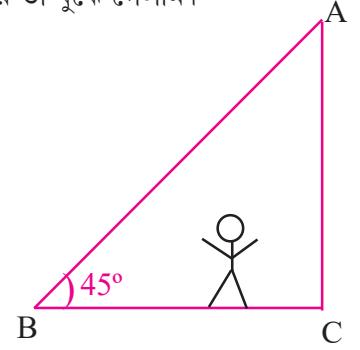
(i) বেড়াতে গিয়ে একটা বড় গাছ কতটা উঁচু তা আমার জানার ইচ্ছা হলো। গাছটির গোড়া থেকে সোজা একটা দিক বরাবর বড়ো বড়ো পা ফেলে আমি 26 পা দূরে গিয়ে দাঁড়ালাম এবং সেখান থেকে গাছের মাথার দিকে তাকিয়ে দেখলাম আমার দৃষ্টিরেখা ভূমির সঙ্গে প্রায় 45° কোণ করছে। আমি এক এক পায়ে প্রায় এক মিটার করে যাই। ওপরের আলোচনা থেকে আমি একটি সমকোণী ত্রিভুজ পাই আর তার থেকে আমি সহজেই গাছটির উচ্চতা যে 26 মিটার তা বুঝে গেলাম।

$$\tan 45^\circ = \frac{AC}{BC}$$

$$\therefore 1 = \frac{AC}{BC}$$

$$\therefore BC = AC$$

$$\therefore AC = 26 \text{ মি} (\because BC = 26 \text{ মি})$$



(ii) আমাদের বাড়ির সামনের মাঠে বাচ্চাদের খেলার জন্য একটা slip লাগিয়েছে। মজার সেই slip টা একটা ছোটো জলাশয়ের ওপর দিয়ে লাগানো হয়েছে। জলাশয়ের একপাশে লোহার মই করে সোজা উপরে উঠে slip এ বসলে মজা করে slip-এর উপর দিয়ে জলাশয়ের এপারে চলে আসা যাবে। কতটা লম্বা ওই slip টা কীভাবে মাপবো?

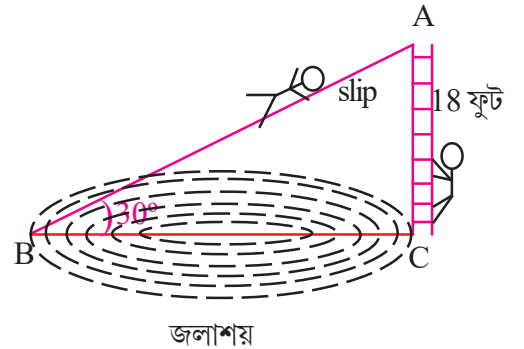
দেখি slip টা মাটির সাথে প্রায় 30° কোণ করছে। আর মইটার একটি রড থেকে পরের রডটির দূরত্ব প্রায় 1 ফুট। দেখি মইটি 18 ফুট উঁচু। তাহলে, slip টির দৈর্ঘ্য কত বুঝে গেলাম।

$$\sin 30^\circ = \frac{AC}{AB}$$

$$\therefore \frac{1}{2} = \frac{AC}{AB}$$

$$\therefore AB = 2AC$$

$$\therefore AB = 2 \times 18 \text{ ফুট} = 36 \text{ ফুট}$$



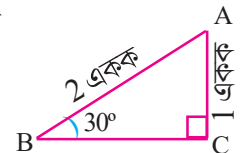
একটি সমকোণী ত্রিভুজের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য ও সমকোণ ছাড়া আর একটি কোণের পরিমাপ জানলেই ওই ত্রিভুজের অন্য বাহুদের দৈর্ঘ্য আমরা ত্রিকোণমিতিক অনুপাত ব্যবহার করে বার করতে পারি। কিন্তু আমরা দেখেছি আমাদের জানা কোণটি সর্বদাই 30° , 45° বা 60° ; কেন তারা 10° , 20° , 40° , 50° এসব মাপের নয়?

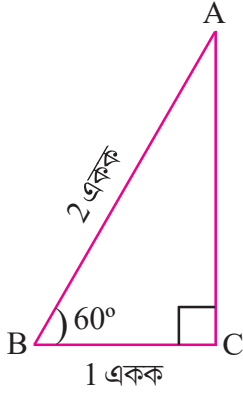
সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন কোণটি 30° , 45° বা 60° হলে ত্রিভুজটি ভারি মজার হয়ে ওঠে। দেখি সেই মজাগুলি কী কী?

যে ত্রিভুজের ভূমিসংলগ্ন কোণটি 30° সেই ত্রিভুজের লম্ব ও অতিভুজের মাপ নিলে দেখবো অতিভুজের দৈর্ঘ্য লম্বের দৈর্ঘ্যের দ্বিগুণ।

অর্থাৎ $AC = 1$ একক হলে

$AB = 2$ একক হবে।

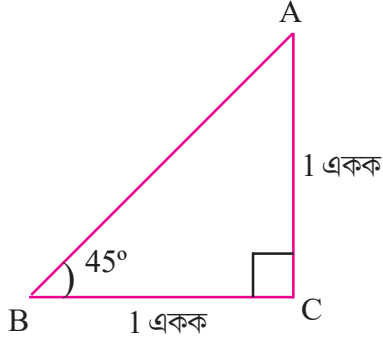




যে ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন কোণটি 60° সেই ত্রিভুজের ভূমি ও অতিভুজের মাপ নিলে দেখাবো অতিভুজের দৈর্ঘ্য ভূমির দৈর্ঘ্যের দ্বিগুণ।

অর্থাৎ $BC = 1$ একক হলে,

$AB = 2$ একক হবে,

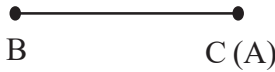


যে ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন কোণটি 45° সেই ত্রিভুজের লম্ব ও ভূমির মাপ নিলে দেখাব লম্ব এবং ভূমির দৈর্ঘ্য সমান।

যদি সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি সংলগ্ন কোণটি $10^\circ, 20^\circ, 40^\circ$ ইত্যাদি হয় সেই ধরনের ত্রিভুজের ক্ষেত্রে কোনো বাহুর দৈর্ঘ্য অন্য কোনো বাহুর দৈর্ঘ্যের সমান, দ্বিগুণ, তিনগুণ, চারগুণ বা পাঁচগুণ ইত্যাদি হবে না।

সুতরাং, সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রে দুটি বাহুর দৈর্ঘ্যের অনুপাত অর্থাৎ ত্রিকোণমিতিক অনুপাত $\frac{1}{2}$ বা 1 ইত্যাদি সহজ সংখ্যা হবে যদি ভূমি সংলগ্ন কোণটি $30^\circ, 45^\circ$ বা 60° হয়। তাই প্রধানত এই তিনটি কোণ নিয়ে আমরা কাজ করে থাকি।

এছাড়া আরও দুটি মজার সমকোণী ত্রিভুজ আমাদের আরও অবাক করে যাদের ভূমি সংলগ্ন কোণ দুটি 0° এবং 90° । ত্রিভুজ দুটি অদ্ভুত। তাদের ছবি আঁকলে আমরা পাই,

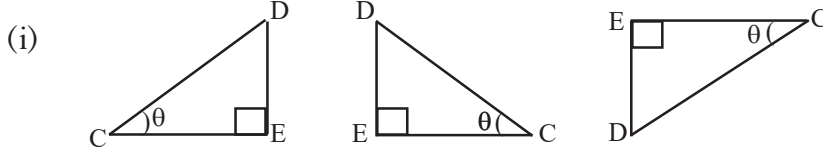


দশম শ্রেণির গণিত প্রকাশ বইয়ের পৃষ্ঠা নং 297 এবং 298 দেখুন।

কর্মপত্র : 1

(worksheet : 1)

(A) সমকোণী ত্রিভুজ CDE-এর $\angle DEC = 90^\circ$ এবং $\angle DCE = \theta$ হলে, নিম্নের শূন্যস্থান পূরণ করো :



চিত্রে, সমকোণী ত্রিভুজ CDE-কে যে কোনো দিকে ঘোরালে লম্ব, ভূমি এবং অতিভূজের দৈর্ঘ্য ——— থাকে

(ii) θ কোণের সাপেক্ষে ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলি

(a) $\frac{\text{DE-এর দৈর্ঘ্য}}{\text{CD-এর দৈর্ঘ্য}} = \frac{\text{লম্বের দৈর্ঘ্য}}{\text{অতিভূজের দৈর্ঘ্য}} = \text{———}$ (b) $\frac{\text{CE-এর দৈর্ঘ্য}}{\text{CD-এর দৈর্ঘ্য}} = \frac{\text{ভূমির দৈর্ঘ্য}}{\text{অতিভূজের দৈর্ঘ্য}} = \text{———}$

(c) $\frac{\text{CD-এর দৈর্ঘ্য}}{\text{DE-এর দৈর্ঘ্য}} = \frac{\text{অতিভূজের দৈর্ঘ্য}}{\text{লম্বের দৈর্ঘ্য}} = \text{———}$ (d) $\frac{\text{CD-এর দৈর্ঘ্য}}{\text{CE-এর দৈর্ঘ্য}} = \frac{\text{অতিভূজের দৈর্ঘ্য}}{\text{ভূমির দৈর্ঘ্য}} = \text{———}$

(e) $\frac{\text{CE-এর দৈর্ঘ্য}}{\text{DE-এর দৈর্ঘ্য}} = \frac{\text{ভূমির দৈর্ঘ্য}}{\text{লম্বের দৈর্ঘ্য}} = \text{———}$ (f) $\frac{\text{DE-এর দৈর্ঘ্য}}{\text{CE-এর দৈর্ঘ্য}} = \frac{\text{লম্বের দৈর্ঘ্য}}{\text{ভূমির দৈর্ঘ্য}} = \text{———}$

(iii) $\theta = 30^\circ$, $CD = 2$ একক এবং $DE = 1$ একক হলে,

(a) $\sin 30^\circ = \text{———}$ (b) $\cos 60^\circ = \text{———}$

(iv) DE এবং CE-এর দৈর্ঘ্য সমান হলে, $\tan 45^\circ$ -এর মান ———

(B) ঠিক উত্তরটি নির্বাচন করো :

(i) ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ যার $\angle ABC = 90^\circ$, $\angle BCA = \alpha$ এবং $\angle CAB = \theta$, ত্রিভুজটির θ কোণের সাপেক্ষে লম্ব এবং α কোণের সাপেক্ষে ভূমি হবে

- (a) AB (b) BC (c) AC (d) AB ও BC

(ii)

ABC সমকোণী ত্রিভুজে $\angle ABC = 90^\circ$, $\angle BCA = \theta$ এবং $\tan \theta = \frac{2}{3}$ এবং $AB = 6$ সেমি হলে BC-এর দৈর্ঘ্য

- (a) $\frac{1}{6}$ সেমি (b) 3 সেমি (c) 9 সেমি (d) 4 সেমি

(iii) ঠিক সম্পর্কটি হলো

- (a) $\sin \theta \cos \theta = 1$ (b) $\sec \theta \operatorname{cosec} \theta = 1$ (c) $\operatorname{cosec} \theta \cot \theta = 1$ (d) $\sin \theta \operatorname{cosec} \theta = 1$

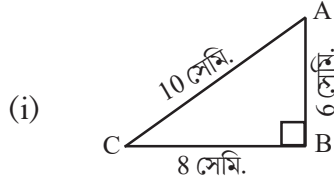
(iv) $\frac{\sin 10^\circ}{\cos 10^\circ} =$

- (a) $\cot 10^\circ$ (b) $\tan 20^\circ$ (c) $\tan 10^\circ$ (d) $\tan 1^\circ$

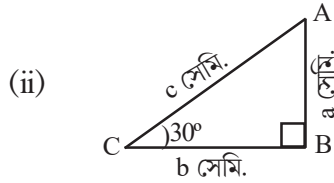
(v) জোড়ের প্রত্যেকটির মান 1 থেকে বড় নয় এমন জোড়টি

- (a) $\sec \theta, \sin \theta$ (b) $\operatorname{cosec} \theta, \cos \theta$ (c) $\sec \theta, \cos \theta$ (d) $\sin \theta, \cos \theta$

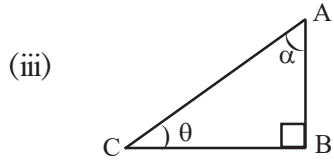
(c) সত্য/মিথ্যা লিখ :



চিত্রে, $\sin A = \frac{3}{5}$



চিত্রে, $\cos 30^\circ = \frac{a}{c}$

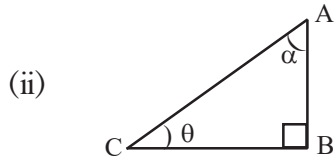


চিত্রে, $\tan \theta \times \tan \alpha = 1$

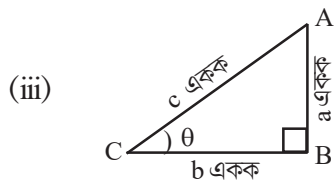
(iv) সমকোণী ত্রিভুজে সমকোণ ছাড়া অপর যেকোনো একটি কোণের tangent-এর মান 1 হলে ত্রিভুজটি সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ হবে।

D. নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর দাও :

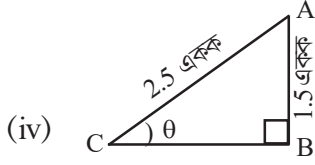
(i) কোনো সমকোণী ত্রিভুজে কোন্ কোন্ ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের মান 1 এর থেকে বড়ো হবে না এবং কেন?



চিত্রে, $\sin \theta = \cos \theta$ হলে α -এর মান নির্ণয় করো।



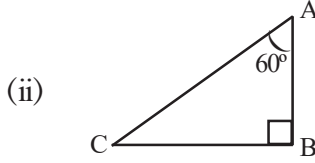
চিত্র থেকে, $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta$ -এর মান নির্ণয় করো।



(iv) চিত্র থেকে, $\sin \theta + \cos \theta$ -এর মান নির্ণয় করো।

E. নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর দাও :

(i) একটি সমকোণী ত্রিভুজে θ একটি ধনাত্মক সূক্ষ্মকোণ, $\sin \theta = \frac{2}{3}$ হলে, $\cot \theta$ -এর মান নির্ণয় করো।



(ii) পাশের চিত্রে, $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ হলে $\cot 30^\circ$ -এর মান নির্ণয় করো।

কর্মপত্র এবং কর্মপত্রের কাজের বিশ্লেষণ : (Worksheet and task analysis) :

কাজ (Task)	Student's Responses	Teacher's Reflections
<p>1.</p> <p>চিত্রে, ΔABC-এ $\sin \theta = ?$</p>	<p>(i) $\sin \theta = \frac{\text{লম্বের দৈর্ঘ্য}}{\text{অতিভুজের দৈর্ঘ্য}} = \frac{c}{b}$</p> <p>(ii) $\sin \theta = \frac{\text{লম্বের দৈর্ঘ্য}}{\text{অতিভুজের দৈর্ঘ্য}} = \frac{c}{a}$</p> <p>(iii) $\sin \theta = \frac{\text{লম্বের দৈর্ঘ্য}}{\text{ভূমির দৈর্ঘ্য}} = \frac{a}{c}$</p> <p>(iv) $\sin \theta = \frac{\text{লম্বের দৈর্ঘ্য}}{\text{অতিভুজের দৈর্ঘ্য}} = \frac{a}{b}$</p>	<p>(i) ত্রিকোণমিতিক কোণের অনুপাত শিখেছে কিন্তু θ কোণের সাপেক্ষে লম্ব এবং ভূমি চিনতে পারেনি।</p> <p>(ii) ত্রিকোণমিতিক কোণের অনুপাত শিখেছে কিন্তু অতিভুজ এবং θ কোণের সাপেক্ষে লম্ব চিনতে পারেনি।</p> <p>(iii) θ কোণের সাপেক্ষে লম্ব এবং ভূমিকে চিনতে পেরেছে কিন্তু ত্রিকোণমিতিক কোণের অনুপাত বুঝতে পারেনি।</p> <p>(iv) θ কোণের সাপেক্ষে লম্ব এবং সমকোণের সাপেক্ষে অতিভুজ চিনতে পেরেছে। ত্রিকোণমিতিক কোণের অনুপাত বুঝতে পেরেছে।</p>
<p>2.</p> <p>চিত্রে, ΔABC-এ $\cos \theta$ -এর মান কত?</p>	<p>(i) $\cos \theta = \frac{\text{ভূমির দৈর্ঘ্য}}{\text{অতিভুজের দৈর্ঘ্য}} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$</p> <p>(ii) $\cos \theta = \frac{\text{লম্বের দৈর্ঘ্য}}{\text{অতিভুজের দৈর্ঘ্য}} = \frac{9}{15}$</p> <p>(iii) $AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow 15^2 = 9^2 + BC^2$ $\Rightarrow BC^2 = 15^2 - 9^2 = 144 \therefore BC = 12$ $\cos \theta = \frac{\text{ভূমির দৈর্ঘ্য}}{\text{অতিভুজের দৈর্ঘ্য}} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$</p>	<p>(i) $\cos \theta$ কে বাহুর দৈর্ঘ্যের সাপেক্ষে প্রকাশ করতে শিখেছে কিন্তু θ কোণের সাপেক্ষে ভূমিকে চিনতে পারেনি।</p> <p>(ii) $\cos \theta$ কে বাহুর দৈর্ঘ্যের সাপেক্ষে ঠিকমত প্রকাশ করতে পারেনি কিন্তু θ কোণের সাপেক্ষে বাহুগুলিকে চিনতে পেরেছে। পিথাগোরাসের উপপাদ্যের প্রয়োগ বুঝতে পারেনি।</p> <p>(iii) θ কোণের সাপেক্ষে লম্ব এবং ভূমি চিনতে পেরেছে। পিথাগোরাসের উপপাদ্যের প্রয়োগ বুঝেছে। ত্রিকোণমিতিক কোণের অনুপাত বুঝেছে।</p>

কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের কিছু সমস্যার সম্ভাব্য ভুল ধারণার নমুনা এবং তার সংশোধনী

সম্ভাব্য ভুল	সংশোধনী
<ul style="list-style-type: none"> • $\tan \theta = 1, \theta = ?$ $\therefore \theta = \frac{1}{\tan}$ • $\tan \theta = \frac{3}{4}, \cos \theta = \frac{4}{5}$ $\sin \theta = ?$ $\tan \theta = \frac{3}{4}$ বা, $\frac{\sin}{\cos} = \frac{3}{4}$ বা, $\sin = \frac{3}{4} \cos$ $= \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{3}{5}$ $\therefore \sin \theta = \frac{3}{5}$ • (i) $\cos \theta = \frac{4}{5}$ হলে $\frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta} = ?$ $\frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta} = \cos \theta = \frac{4}{5}$ (ii) $\cos \theta = \frac{4}{5} = \frac{\text{ভূমির দৈর্ঘ্য}}{\text{অতিভূজের দৈর্ঘ্য}}$ ভূমির দৈর্ঘ্য = 4 বা ভূমি = 4 অতিভূজের দৈর্ঘ্য = 5 বা অতিভূজ = 5 	<ul style="list-style-type: none"> • $\tan \theta = 1,$ $\therefore \theta = 45^\circ$ [$\tan \theta = \frac{\text{লম্বের দৈর্ঘ্য}}{\text{ভূমির দৈর্ঘ্য}} = 1$ $\therefore \text{লম্বের দৈর্ঘ্য} = \text{ভূমির দৈর্ঘ্য}$ \therefore ত্রিভুজটি সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ $\therefore \theta = 45^\circ$] • $\tan \theta = \frac{3}{4}$ বা, $\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{3}{4}$ বা, $\sin \theta = \frac{3}{4} \times \cos \theta$ বা, $\sin \theta = \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{3}{5}$ $\therefore \sin \theta = \frac{3}{5}$ • $\cos \theta = \frac{4}{5} = \frac{\text{ভূমির দৈর্ঘ্য}}{\text{অতিভূজের দৈর্ঘ্য}}$ ধরি, ভূমির দৈর্ঘ্য = 4 k একক \therefore অতিভূজের দৈর্ঘ্য = 5 k একক অনুপাত থেকে দৈর্ঘ্য আসতে হলে একটি সাধারণ উৎপাদক k (k>0) গুণ করতে হবে। পিথাগোরাসের উপপাদ্য থেকে পাই $(\text{ভূমির দৈর্ঘ্য})^2 + (\text{লম্বের দৈর্ঘ্য})^2 = (\text{অতিভূজের দৈর্ঘ্য})^2$ বা, $16k^2 + (\text{লম্বের দৈর্ঘ্য})^2 = 25k^2$ বা, $(\text{লম্বের দৈর্ঘ্য}) = \sqrt{25k^2 - 16k^2}$ (দৈর্ঘ্য সর্বদা ধনাত্মক) $= 3k$ $\therefore \sin \theta = \frac{3k}{5k} = \frac{3}{5}$ $\therefore \frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta} = \frac{\frac{3}{5} + \frac{4}{5}}{\frac{3}{5}} = \frac{7}{5} \times \frac{5}{3} = \frac{7}{3}$ (অন্য পদ্ধতিতেও করা যাবে)

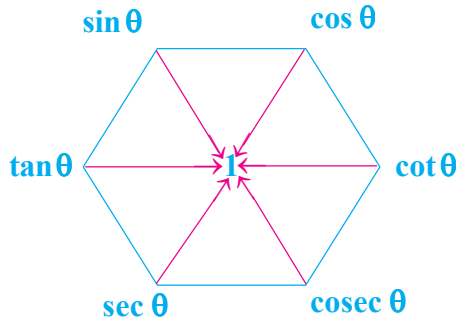
সম্ভাব্য ভুল	সংশোধনী
<ul style="list-style-type: none"> • • • $\frac{\sin \theta}{\sin \alpha} = \frac{\theta}{\alpha}$ • $\sin A \pm \sin B = \sin(A \pm B)$ 	<ul style="list-style-type: none"> • $\sin^2 \theta = \sin \theta \times \sin \theta = (\sin \theta)^2$ $\sin \theta^2 = \sin(\theta \times \theta) \therefore \sin^2 \theta \neq \sin \theta^2$ • $\sin 2\alpha \neq 2 \sin \alpha$ [যেমন, $\sin 2 \times 30^\circ = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $2 \sin 30^\circ = 2 \times \frac{1}{2} = 1$] • $\frac{\sin \theta}{\sin \alpha}$ $\sin \theta, \sin$ এবং θ -এর গুণফল নয় $\sin \alpha, \sin$ এবং α -এর গুণফল নয় $\frac{\theta}{\alpha} \rightarrow$ দুটি কোণের পরিমাপের ভাগফল এক্ষেত্রে \sin দুটি কাটা যাবে না। • $\sin A$ এবং $\sin B$ প্রত্যেকটি দুটি বাহুর দৈর্ঘ্যের অনুপাত অর্থাৎ, $\sin \times A$ বা $\sin \times B$ নয়।

কাম্য শিখন সামর্থ্য (Learning Outcomes) :

শিক্ষার্থী -

- সমকোণী ত্রিভুজে সমকোণ ছাড়া অপর কোনো কোণের সাপেক্ষে ত্রিভুজটির ভূমি এবং লম্বকে চিনতে পারবে।
- সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ ছাড়া অপর কোনো কোণের সাপেক্ষে ত্রিকোণমিতিক অনুপাতগুলি প্রকাশ করতে পারবে।
- কোণানুপাতগুলি ব্যবহার করে কোনো বস্তুর উচ্চতা এবং দূরত্ব নির্ণয় করতে পারবে।
- বাস্তব সমস্যায় কোণানুপাত প্রয়োগ করতে পারবে।

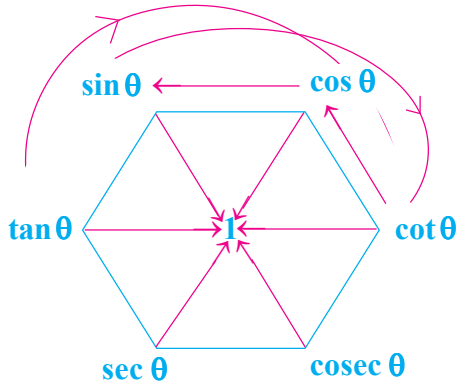
মজা করে কিছু ত্রিকোণমিতিক অভেদ পাই



$$\sin \theta \times \operatorname{cosec} \theta = 1$$

$$\cos \theta \times \sec \theta = 1$$

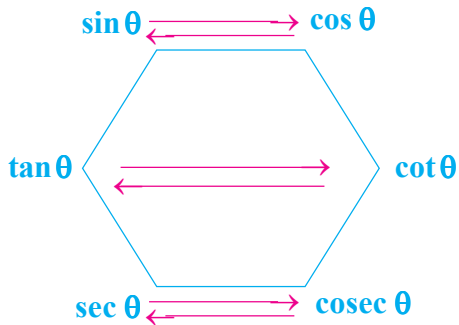
ইত্যাদি



$$\tan \theta \times \cos \theta = \sin \theta$$

$$\sin \theta \times \cot \theta = \cos \theta$$

ইত্যাদি



$$\sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta$$

$$\tan(90^\circ - \theta) = \cot \theta$$

ইত্যাদি

এইভাবে এই ষড়ভুজের সাহায্যে আরও কিছু ত্রিকোণমিতিক নিয়ম শিক্ষার্থীরা ভাববে।

রাশিবিজ্ঞান (ওজাইভ)

Activity

1. বিষয় : ক্ষুদ্রতর সূচক ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যার বক্ররেখা অঙ্কন
(Topic) (Less than type ogive)
- পূর্বজ্ঞান :
(Previous Knowledge)
- লেখচিত্রের ধারণা
 - তথ্য, পরিসংখ্যা, বিচ্ছিন্ন ও অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিঅন্তর
 - ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা বিভাজনের ধারণা
- শিখনের উদ্দেশ্য :
(Learning objectives)
- এক নজরে তথ্যকে জানা
 - অল্প সময়ের মধ্যে তথ্যের বিশ্লেষণকে বুঝে নেওয়া
 - তথ্যের কোনো বিষয়ের সম্ভাবনা নির্ধারণ করা
- প্রয়োজনীয় উপকরণ :
(Material required)
- আর্ট পেপার, গ্রাফ পেপার, জ্যামিতি বাস্কের উপকরণ, রঙিন পেনসিল, আঠা, সেলোটেক, কাঁচি

শিক্ষার্থী কিভাবে কাজটি করবে (Execution of task) :

- পর্যবেক্ষণ
(Observation) :
- কোনো দোকানদার তার দোকানে বিভিন্ন দামের কোন পোশাক কতটা মজুত করবে তার একটি ধারণা পাওয়ার জন্য আগের মাসের বিভিন্ন দামের বিক্রিত পোশাকের সংখ্যার তথ্য নিচের সারণিতে প্রকাশ করল :
- (শিক্ষার্থীরা এই ধরনের তথ্য সংগ্রহ করবে)

প্রাসঙ্গিকীকরণ (Contextualization) :

পোশাকের দাম (টাকায়)	পোশাকের সংখ্যা
0-এর কম	0
0-300	10
300-600	15
600-900	18
900-1200	30
1200-1500	40
1500-1800	35
1800-2100	12
2100-2400	05

- (i) এরূপ তথ্য সংগ্রহ করবে এবং 8টি (উপরের তথ্য অনুযায়ী) শ্রেণি বিশিষ্ট পরিসংখ্যা বিভাজন তালিকা তৈরি করবে।

জ্ঞানগত শিক্ষানবিশি (Cognitive Apprenticeship)

এবং সহযোগিতা (Collaboration) :

শিক্ষার্থীরা কতগুলি দলে ভাগ হয়ে নীচের কাজগুলি করবে। এই তালিকা দুটির বিষয়ে নিজেদের মধ্যে আলোচনা করবে। শিক্ষিকা/শিক্ষক শিক্ষার্থীদের আলোচনা শুনে প্রয়োজনে তাদের আলোচনার অভিমুখ ঠিক পথে চালিত করবেন।

পোশাকের দাম	পোশাকের সংখ্যা
0-এর কম	0
x_1 — x_2 (0) (300)	f_1 (10)
x_2 — x_3 (300) (600)	f_2 (15)
x_3 — x_4 (600) (900)	f_3 (18)
x_4 — x_5 (900) (1200)	f_4 (30)
x_5 — x_6 (1200) (1500)	f_5 (40)
x_6 — x_7 (1500) (1800)	f_6 (35)
x_7 — x_8 (1800) (2100)	f_7 (12)
x_8 — x_9 (2100) (2400)	f_8 (5)

উপরের তথ্যটির ক্ষুদ্রতর সূচক क्रमयौगिक परिसंख्या विभाजन तालिका प्रस्तुत करवे।

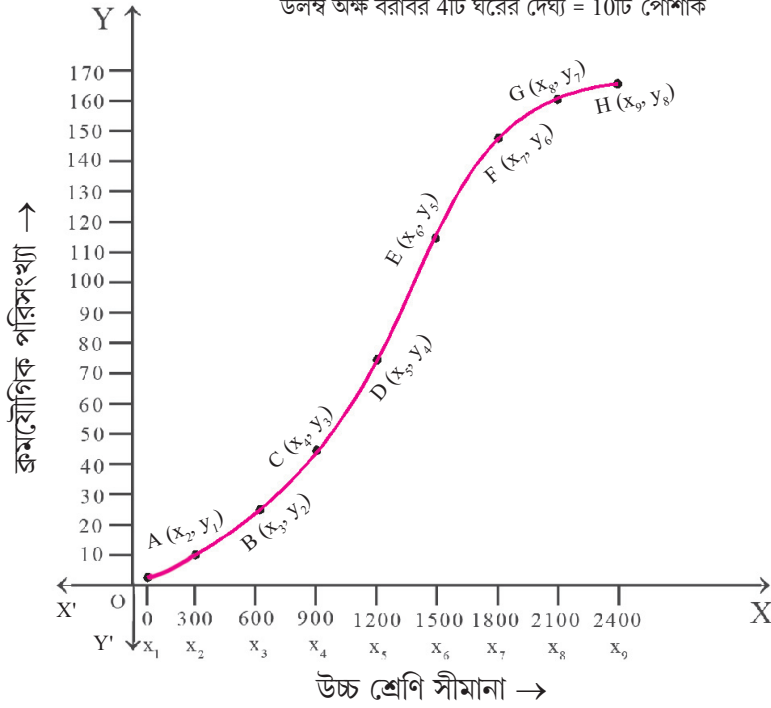
पोशाकेर दाम	क्षुदत्रर सूचक क्रमयौगिक परिसंख्या
x_1 -एर कम (0)	$f_0=(0)=y_0$
x_2 -एर कम (300)	$f_1=(10)=y_1$ (धरि)
x_3 -एर कम (600)	$f_1+f_2=(25)=y_2$
x_4 -एर कम (900)	$f_1+f_2+f_3=(43)=y_3$
x_5 -एर कम (1200)	$f_1+f_2+f_3+f_4=(73)=y_4$
x_6 -एर कम (1500)	$f_1+f_2+f_3+f_4+f_5=(113)=y_5$
x_7 -एर कम (1800)	$f_1+f_2+f_3+f_4+f_5+f_6=(148)=y_6$
x_8 -एर कम (2100)	$f_1+f_2+f_3+f_4+f_5+f_6+f_7=(160)=y_7$
x_9 -एर कम (2400)	$f_1+f_2+f_3+f_4+f_5+f_6+f_7+f_8=(165)=y_8$

ब्याख्या निर्माण (Interpretation Construction) :

- एकटि आर्टि पेपारे एकटि लेखचित्रेर कागज आटके देओया हलो।
 - लेखचित्रेर कागजे XOX' एवं YOY' दुटि सरलरेखा लम्बभावे परस्परके O बिन्दुते छेद करल। प्रयोजन मते स्केल निर्धारण करवे।
 - लेखचित्रेर कागजे $O(x_1, y_0), A(x_2, y_1), B(x_3, y_2), C(x_4, y_3), D(x_5, y_4), E(x_6, y_5), F(x_7, y_6), G(x_8, y_7)$ एवं $H(x_9, y_8)$ बिन्दुगुलि स्थापन करवे।
- अनुभूमिक एवं उलम्ब अक्षे, स्केल निर्दिष्ट करवे।
 - अनुभूमिक अक्षे श्रेणिर उर्ध्व श्रेणि सीमाना एवं उल्लम्ब अक्षे तादेर अनुरूप क्रमयौगिक परिसंख्या प्रकाश करवे।
 - बिन्दुगुलि स्थापन करवे यार x उपांश कोनो श्रेणिर उर्ध्व श्रेणि सीमाना एवं y उपांश ई श्रेणिर क्रमयौगिक परिसंख्या
 - बाम दिक् थेके दान दिक् परपर बिन्दुगुलि युक्त करवे।
 - बिन्दुगुलि रङ्गिन पेनसिल दिये स्केल छाड़ा युक्त करवे।

চিত্রে দেখানো হলো —

স্কেল : অনুভূমিক অক্ষ বরাবর 10টি ঘরের দৈর্ঘ্য = 100 টাকা
উল্লম্ব অক্ষ বরাবর 4টি ঘরের দৈর্ঘ্য = 10টি পোশাক



এখানে, শ্রেণি অন্তরগুলি হলো

$$x_0 - x_1 = 0, x_1 - x_2 = 0 - 300, x_2 - x_3 = 300 - 600, \dots, x_8 - x_9 = 2100 - 2400$$

এখানে, $f_0 = 0, f_1 = 10, f_2 = 15, \dots, f_8 = 05$

$$f_0 = y_0 = 0, f_1 = y_1 = 10, y_2 = 25, \dots, y_8 = 165$$

A বিন্দুর স্থানাঙ্ক = (300, 10), B বিন্দুর স্থানাঙ্ক = (600, 25), H বিন্দুর স্থানাঙ্ক = (2400, 165)

A, B, C, D, E, F, G এবং H বিন্দুগুলি স্কেলের সাহায্য ছাড়া যুক্ত করে যে লেখচিত্রটি পাওয়া গেলো সেটি ক্ষুদ্রতর সূচক ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যার বক্ররেখা বা ‘ওজাইভ’।

ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যাটি কম থেকে বেশি পরিসংখ্যার দিকে বাড়ছে ফলে বক্ররেখাটি উপরের দিকে উঠছে। এটি ক্ষুদ্রতর সূচক ওজাইভ।

(i) কোনো নির্দিষ্ট দামের নীচে কতগুলি পোশাক বিক্রি হয়েছে তা কিভাবে উপরের তথ্য থেকে পাওয়া যাবে?

(ii) কোন দামের পোশাক সবথেকে বেশি বিক্রি হয়েছে তা কিভাবে উপরের তথ্য থেকে পাওয়া যাবে?

কিন্তু, (iii) কোনো নির্দিষ্ট দামের উপরে কতগুলি পোশাক বিক্রি হয়েছে তা কোন ধরনের লেখচিত্র থেকে পাওয়া যাবে?

এর জন্য ক্ষুদ্রতর সূচক ওজাইভের সারণির কোন অংশের পরিবর্তন করতে হবে? [শিক্ষার্থীরা উপরের তথ্যটির বৃহত্তর সূচক ওজাইভ অঙ্কন করবে]

(iv) ক্ষুদ্রতর সূচক ওজাইভ এবং বৃহত্তর সূচক ওজাইভের ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক কী হবে?

(v) এই দুই ওজাইভের ছেদবিন্দু থেকে কোন্ কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপকে পাওয়া যাবে?

(vi) এই কেন্দ্রীয় প্রবণতার আনুমানিক পরিমাপ কত?

বহুমুখী ব্যাখ্যা (Multiple Interpretation) : x-অক্ষ এবং y-অক্ষ বরাবর বিভিন্ন স্কেল ধরে শিক্ষার্থীরা তথ্যটির বিভিন্ন ওজাইভ অঙ্কন করবে।

বহুমুখী উপস্থাপনা (Multiple Manifestation) : বিভিন্ন ধরনের তথ্যের ক্ষেত্রে ওজাইভ তৈরি করে তথ্যগুলির সম্বন্ধে নানারকম জ্ঞান অর্জন করা সম্ভব।

উপরিউক্ত কাজের ভিত্তিতে শিক্ষার্থীরা কী কী ভুল করতে পারে বা তাদের কিরূপ অসম্পূর্ণ ধারণা থাকতে পারে তার কিছু নমুনা এবং সংশোধনী

সম্ভাব্য ভুল	সংশোধনী																								
<ul style="list-style-type: none"> ওজাইভ অঙ্কনে অনুভূমিক অক্ষে শ্রেণির ঊর্ধ্ব শ্রেণি সীমানা এবং উল্লম্ব অক্ষে তাদের অনুরূপ পরিসংখ্যা প্রকাশ করে ক্ষুদ্রতর সূচক ওজাইভ অঙ্কন করা। 	<ul style="list-style-type: none"> ওজাইভ অঙ্কনে অনুভূমিক অক্ষে শ্রেণির ঊর্ধ্ব শ্রেণি সীমানা এবং উল্লম্ব অক্ষে তাদের অনুরূপ ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা প্রকাশ করে সাধারণত ক্ষুদ্রতর সূচক ওজাইভ অঙ্কন করা। 																								
<ul style="list-style-type: none"> ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা বিভাজন ছকে মধ্যমা শ্রেণিটি ঠিকমতো নির্বাচন করতে না পারা অর্থাৎ মধ্যমা নির্ণয়ের হিসাব না জানা। 	<ul style="list-style-type: none"> মধ্যমা শ্রেণিটি নির্ণয় করার জন্য মোট পরিসংখ্যার অর্ধেকের সমান বা ঠিক বেশি ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা যে শ্রেণিতে আছে তা হিসাব করতে হয়। 																								
<ul style="list-style-type: none"> মধ্যমা নির্ণয়ের সূত্রে যে চিহ্নগুলি ব্যবহার করা হয় সেই চিহ্নগুলির মান সারণি থেকে ঠিকমতো হিসাব করতে না পারা (যেমন মধ্যমা শ্রেণির আগের শ্রেণির ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যার পরিবর্তে মধ্যমা শ্রেণির ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা বসানো)। 	<ul style="list-style-type: none"> মধ্যমা নির্ণয়ের সূত্রে $M=l+\left(\frac{n-c.f}{f}\right)\times h$ প্রতীকগুলির ঠিকমতো মান বসাবে। 																								
<ul style="list-style-type: none"> ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যায় কোনো শ্রেণির পরিসংখ্যা x এবং ঐ শ্রেণির ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা 60+x হলে, ঐ শ্রেণির ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা 60x লিখলে ভুল হয়ে যাবে। 	<ul style="list-style-type: none"> $\therefore 60 + x \neq 60x$ 																								
<ul style="list-style-type: none"> ওজাইভ অঙ্কনে শ্রেণিসীমানা নির্ধারণের সময় মূল বিন্দুতে প্রদত্ত তথ্যের নিম্ন শ্রেণিসীমানা থাকা সত্ত্বেও kink ব্যবহার করা 	<ul style="list-style-type: none"> ওজাইভ অঙ্কনে শ্রেণিসীমানা নির্ধারণের সময় মূল বিন্দুতে প্রদত্ত তথ্যের নিম্ন শ্রেণিসীমানা থাকলে kink দেওয়া যাবে না। 																								
<ul style="list-style-type: none"> ওজাইভ অঙ্কনে শ্রেণি অন্তরগুলি অবিচ্ছিন্ন কিনা তা নিশ্চিত না হওয়া এবং শ্রেণি অন্তরগুলির বিচ্ছিন্ন অবস্থায় পরিসংখ্যা বিভাজন তালিকা ব্যবহার করা। 	<ul style="list-style-type: none"> শ্রেণি অন্তরগুলি অবিচ্ছিন্ন হবে তা নিশ্চিত হওয়া এবং অবিচ্ছিন্ন তালিকা ব্যবহার করা। 																								
<table border="1"> <tr> <td>নম্বর</td> <td>0-4</td> <td>5-9</td> <td>10-14</td> <td>15-19</td> <td>20-24</td> </tr> <tr> <td>ছাত্রী সংখ্যা</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>7</td> <td>8</td> <td>7</td> </tr> </table>	নম্বর	0-4	5-9	10-14	15-19	20-24	ছাত্রী সংখ্যা	4	5	7	8	7	<table border="1"> <tr> <td>নম্বর</td> <td>-0.5-4.5</td> <td>4.5-9.5</td> <td>9.5-14.5</td> <td>14.5-19.5</td> <td>19.5-24.5</td> </tr> <tr> <td>ছাত্রী সংখ্যা</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>7</td> <td>8</td> <td>7</td> </tr> </table>	নম্বর	-0.5-4.5	4.5-9.5	9.5-14.5	14.5-19.5	19.5-24.5	ছাত্রী সংখ্যা	4	5	7	8	7
নম্বর	0-4	5-9	10-14	15-19	20-24																				
ছাত্রী সংখ্যা	4	5	7	8	7																				
নম্বর	-0.5-4.5	4.5-9.5	9.5-14.5	14.5-19.5	19.5-24.5																				
ছাত্রী সংখ্যা	4	5	7	8	7																				
<ul style="list-style-type: none"> ক্ষুদ্রতর সূচক ওজাইভ এবং বৃহত্তর সূচক ওজাইভের ছেদবিন্দু থেকে মধ্যমার মান নির্ণয়ের ক্ষেত্রে কোটির মানকে মধ্যমা হিসাবে ধরা। 	<ul style="list-style-type: none"> ওজাইভ দুটির ছেদবিন্দুর ভূজের মানকে মধ্যমার মান হিসাবে ধরতে হবে। 																								
<ul style="list-style-type: none"> ওজাইভ অঙ্কনে লেখচিত্রে স্কেলকে নির্দেশ না করা। 	<ul style="list-style-type: none"> ওজাইভ অঙ্কনে লেখচিত্রে স্কেলকে নির্দেশ করবে। 																								

কর্মপত্র (Worksheet)

1. ঠিক উত্তরটি নির্বাচন কর :

- (i) ক্ষুদ্রতর সূচক ওজাইভ এবং বৃহত্তর সূচক ওজাইভের ছেদবিন্দুর ভূজের মান দ্বারা তথ্যের মধ্যগামিতার যে মাপকটিকে প্রকাশ করা হয় সেটি
- (a) গড় (b) মধ্যমা (c) সংখ্যাগুরুমান (d) গড় ও সংখ্যাগুরুমান

(ii)

শ্রেণি অন্তর	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
পরিসংখ্যা	7	9	13	7	8

উপরে পরিসংখ্যা বিভাজনে মধ্যমা শ্রেণিটি

- (a) 50-60 (b) 40-50 (c) 30-40 (d) 20-30
- (iii) ক্ষুদ্রতর সূচক ওজাইভ অঙ্কনে যে বিন্দুগুলি যুক্ত করে ওজাইভ পাওয়া যায় সেই বিন্দুগুলির ভূজের মান হয়
- (a) শ্রেণিসীমাগুলির নিম্ন শ্রেণিসীমানা (b) শ্রেণিসীমাগুলির উচ্চ শ্রেণিসীমানা
- (c) শ্রেণিগুলির মধ্যমান (d) শ্রেণিগুলির ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা
- (iv) উর্ধ্বক্রমানুসারে সজ্জিত তথ্যটির মধ্যমা 50 এবং তথ্যটি 10, 20, 30, $x+1$, $x+3$, 60, 70, 80 হলে x -এর মান হয়
- (a) 40 (b) 50 (c) 48 (d) 52

2. সত্য/মিথ্যা লেখ :

- (i) 10, 13, 32, 43, a , b , 60, 65, 72

তথ্যটি উর্ধ্বক্রমানুসারে সজ্জিত হলে মধ্যমা হবে : $\frac{a+b}{2}$

- (ii) 1, 2, 5, 3, 6, 4, 7 তথ্যটির মধ্যমা হবে 3

(iii) ক্ষুদ্রতর সূচক ওজাইভ অঙ্কনে প্রত্যেকটি শ্রেণির নিম্ন শ্রেণিসীমানা, বিন্দুগুলি স্থাপনে ব্যবহৃত হয়।

(iv) ক্ষুদ্রতর সূচক ওজাইভ এবং বৃহত্তর সূচক ওজাইভের যে কোনো একটি ওজাইভ থেকে মধ্যমার মান পাওয়া যায়।

3. শূন্যস্থান পূরণ কর :

- (i) ওজাইভ অঙ্কনে শ্রেণিসীমাগুলি _____ হয়।
- (ii) ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যার যে লেখচিত্র পাওয়া যায় তাকে _____ বলে।
- (iii) একই তথ্যে ক্ষুদ্রতর সূচক এবং বৃহত্তর সূচক ওজাইভ দুটির ছেদবিন্দুর নিচে মোট পরিসংখ্যার _____ % পরিসংখ্যা থাকে।
- (iv) ওজাইভ অঙ্কনে উল্লম্ব অক্ষ বরাবর _____ পরিসংখ্যা ব্যবহৃত হয়।

4. নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর দাও :

(i) 20, 14, 15, 17, 22, 28 - এর মধ্যমার মান নির্ণয় কর।

(ii)

শ্রেণি	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60
পরিসংখ্যা	10	7	9	13	7	8

তালিকা থেকে 20 বা 20-এর বেশি বৃহত্তর সূচক ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা কত তা নির্ণয় কর।

(iii) (ii) নং প্রশ্নের তথ্যটির ক্ষুদ্রতর সূচক ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা বিভাজন তালিকা তৈরি করো।

(iv) উপরের সারণি থেকে 40 বা 40-এর কম ক্ষুদ্রতর সূচক ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা কত তা নির্ণয় করো।

5. 4 নং প্রশ্নের অন্তর্গত (ii) নং প্রশ্নের তথ্যটির বৃহত্তর সূচক ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যার বক্ররেখা অঙ্কন করো।

কাম্য শিখন সামর্থ্য (Expected Learning Outcomes)

শিক্ষার্থী —

- তথ্যকে তালিকাভুক্ত করতে পারবে।
- তথ্যটিকে বিন্যস্ত তথ্যে পরিণত করতে পারবে।
- বিচ্ছিন্ন বিভাজন তালিকা থেকে অবিচ্ছিন্ন বিভাজন তালিকা তৈরি করতে পারবে।
- তথ্যটির ভিন্ন ধরনের লেখচিত্র (ক্ষুদ্রতর সূচক ওজাইভ থেকে বৃহত্তরসূচক ওজাইভ তৈরি করতে পারবে) অঙ্কন করতে পারবে।
- ওজাইভের সাহায্যে তথ্যটি ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- তথ্যটি বিশ্লেষণ করে বিভিন্ন সিদ্ধান্তে উপনীত হতে পারবে।

গণিত - দশম শ্রেণি

অন্তর্বর্তী প্রস্তুতিকালীন মূল্যায়নের জন্য বিষয়ভিত্তিক নমুনা

পাঠ্য বই : গণিত প্রকাশ

1. ক্ষেত্রসমীক্ষার (Survey) জন্য নির্বাচিত পাঠ : একচলবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ (অধ্যায় - 1)

Step I : শিক্ষক/শিক্ষিকা প্রত্যেক ছাত্র/ছাত্রীকে অধ্যায় - 1 ভালোভাবে পড়ে এই অধ্যায়ের উপর একটি প্রশ্নপত্র তৈরি করতে বলবেন। সব ছাত্র/ছাত্রী নিজের মতো করে একটি প্রশ্নপত্র তৈরি করবে। প্রশ্নপত্রের প্রশ্নগুলি এই অধ্যায়ের বিভিন্ন অংশ থেকে নিতে হবে, অর্থাৎ পাঁচটি প্রশ্নই যেন একই ধরনের না হয়। প্রশ্নপত্রে প্রশ্নকর্তার নাম ও রোল নম্বর থাকবে।

একটি প্রশ্নপত্রের নমুনা নিচে দেওয়া হল :-

- আমরা x জন ছাত্র/ছাত্রী প্রত্যেকে x টাকা করে চাঁদা দিলাম ও আমাদের দিদিমণি 10 টাকা দেওয়ায় মোট 35 টাকা হলো। উপরের বক্তব্যটি একচলবিশিষ্ট সমীকরণের আকারে প্রকাশ করো।
- একটি দ্বিঘাত সমীকরণ গঠন করো যার দুটি বীজ হলো 3 এবং 4.
- $x^2 - 7x + 10 = 0$ সমীকরণটি সমাধান করো।
- $2x^2 + 3x + 5 = 0$ সমীকরণের বীজ দুটি m ও n হলে $m + n$ এবং mn এর মান নির্ণয় কর।
- $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) দ্বিঘাত সমীকরণের সহগ a, b, c কী নিয়ম মানলে ওই সমীকরণের বীজদ্বয় বাস্তব ও সমান হবে?

Step II : শিক্ষক/শিক্ষিকার নির্দেশে প্রতি ছাত্র/ছাত্রী অপর কোনো ছাত্র/ছাত্রীকে দিয়ে তার প্রশ্নপত্রের উত্তরপত্র তৈরি করাবে।

Step III : প্রশ্নকর্তা তার করা প্রশ্নের উত্তরপত্র বিচার করবে। ঠিক উত্তরে \checkmark দেবে ও ভুল উত্তরে \times দেবে।

Step IV : প্রত্যেক ছাত্র/ছাত্রী তার প্রশ্নপত্র ও সেই প্রশ্নের বিচার করা উত্তরপত্র একসঙ্গে শিক্ষক/শিক্ষিকার কাছে জমা দেবে।

Step V : প্রশ্নপত্র ও তার উত্তরপত্রটি দেখে শিক্ষক/শিক্ষিকা প্রশ্নকর্তাকে নম্বর দেবেন।

নম্বর দেওয়ার পদ্ধতি :

প্রশ্ন করার জন্য 5 নম্বর, এবং উত্তরপত্রের উত্তরগুলি ঠিক ভুল বিচার করার জন্য 5 নম্বর।

নির্ধারিত সময় : ২ পিরিয়ড

2. প্রকৃতিপাঠের (Nature Study) জন্য নির্বাচিত পাঠ : লম্ব বৃত্তাকার চোঙ (অধ্যায় - 8)

Step I : শিক্ষক/শিক্ষিকা প্রকৃতিতে অর্থাৎ আমাদের বসবাসের জায়গার কাছাকাছি যত লম্ববৃত্তাকার চোঙ আকৃতির বস্তু দেখতে পাওয়া যায় তাদের সম্বন্ধে ছাত্র/ছাত্রীদের ভাবতে বলবেন। এরপর লম্ব বৃত্তাকার চোঙের অধ্যায়টি ছাত্র/ছাত্রীদের পড়তে বলবেন।

Step II : শিক্ষক/শিক্ষিকা বোর্ডে কয়েকটি প্রশ্ন লিখে দেবেন।

প্রশ্নপত্রের নমুনা :

- চারটি লম্ববৃত্তাকার চোঙ আকৃতির বস্তুর নাম লেখ।
- উপরের নাম লেখা চারটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙ আকৃতির বস্তুর যেকোনো দুটির ছবি আঁকো।
- ছবি থেকে একটির আয়তন ও অপরটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

Step III : প্রতি ছাত্র/ছাত্রী উত্তরপত্র তৈরি করে শিক্ষক/শিক্ষিকার কাছে জমা দেবেন।

নম্বর দেওয়ার পদ্ধতি :

- i) এর জন্য 2 নং
- ii) এর জন্য 3 নং
- iii) এর জন্য 5 নং

নির্ধারিত সময় : ২ পিরিয়ড

3. বিষয় সমীক্ষণের (Case Study) জন্য নির্বাচিত পাঠ : দ্বিঘাত করণী (অধ্যায় - 9)

Step I : শিক্ষক/শিক্ষিকা দ্বিঘাত করণী বিষয়টি ভালো করে ছাত্র/ছাত্রীদের পড়তে বলবেন।

Step II : শিক্ষক/শিক্ষিকা দ্বিঘাত করণী বিষয়টির ধারণার ওপর কয়েকটি প্রশ্ন লিখে দেবেন।

প্রশ্নপত্রের নমুনা :

- i) $x^2 = 5$ হলে $x =$ কত? x এর মান দুটি কি মূলদ না অমূলদ সংখ্যা?
- ii) আমরা জানি $\sqrt{a^2} = |a|$ তাহলে $\sqrt{(-5)^2} =$ কত?
- iii) যোগ করো : $(3\sqrt{7} + 3\sqrt{2}) + (4\sqrt{7} - 3\sqrt{2})$
- iv) $2 + 3\sqrt{2}$ কে যে সংখ্যা দিয়ে গুণ করলে গুণফলটি মূলদ সংখ্যায় পরিণত হবে সেই রকম একটি সংখ্যা লেখ।
- v) $(\sqrt{12} + \sqrt{48})$ কে $\sqrt{3}$ দিয়ে ভাগ করলে ভাগফল কত হবে। ভাগফলটি কি মূলদ না অমূলদ সংখ্যা?

Step III : প্রতি ছাত্র উত্তরপত্র তৈরি করবে এবং নাম, রোল নম্বর লিখে শিক্ষক /শিক্ষিকার কাছে জমা দেবে। উত্তরপত্র বিচার করে শিক্ষক/শিক্ষিকা নম্বর দেবেন।

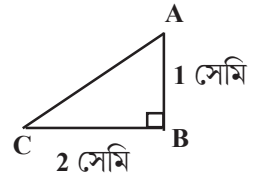
নম্বর দেওয়ার পদ্ধতি : প্রতি প্রশ্নে 2 নম্বর।

নির্ধারিত সময় : ২ পিরিয়ড

4. সৃষ্টিশীল রচনার (Creative Writing) জন্য নির্বাচিত পাঠ

পিথাগোরাসের উপপাদ্য (অধ্যায় - 22) :

Step I : শিক্ষক/শিক্ষিকা বোর্ডে ছাত্র/ছাত্রীকে বোঝাবেন : আমরা দেখেছি একটি সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য মূলদ সংখ্যা হওয়া সত্ত্বেও তার অতিভুজের দৈর্ঘ্য অনেক সময়েই অমূলদ সংখ্যা হয়। যেমন পাশের ছবিতে ABC সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন বাহুদুটির দৈর্ঘ্য 1 সেমি ও 2 সেমি কিন্তু তার অতিভুজ $AC = \sqrt{1^2 + 2^2}$ সেমি. $= \sqrt{1 + 4}$ সেমি. $= \sqrt{5}$ সেমি.।



Step II : শিক্ষক/শিক্ষিকা ছাত্র/ছাত্রীকে তিনটি সমকোণী ত্রিভুজের উদাহরণ দিতে বলবেন যেখানে

- i) সমকোণ সংলগ্ন বাহুদুটির দৈর্ঘ্য মূলদ সংখ্যা এবং অতিভুজের দৈর্ঘ্যও মূলদ সংখ্যা হয়।
- ii) সমকোণ সংলগ্ন বাহুদুটির দৈর্ঘ্য অমূলদ সংখ্যা কিন্তু অতিভুজের দৈর্ঘ্য মূলদ সংখ্যা।
- iii) সমকোণ সংলগ্ন একটি বাহুর দৈর্ঘ্য মূলদ সংখ্যা কিন্তু অপর বাহুর দৈর্ঘ্য অমূলদ সংখ্যা এবং অতিভুজের দৈর্ঘ্য মূলদ সংখ্যা।

উপরের বক্তব্যটি শিক্ষক/শিক্ষিকা বোর্ডে লিখে দেবেন এবং ছাত্র/ছাত্রীদের বলবেন তারা যেন উত্তরপত্রে ত্রিভুজগুলির খসড়া ছবি আঁকে।

Step III : উত্তরপত্র দেখে শিক্ষক/শিক্ষিকা নম্বর দেবেন।

নম্বর দেওয়ার পদ্ধতি :

- i) এর জন্য 3 নং
- ii) এর জন্য 3 নং
- iii) এর জন্য 4 নং

নির্ধারিত সময় : ২ পিরিয়ড

5. মডেল নির্মাণের (Model Making) জন্য নির্বাচিত পাঠ : আয়তঘন (অধ্যায় - 4)

Step I : প্রত্যেক ছাত্র/ছাত্রীকে শিক্ষক/শিক্ষিকা খাতার মলাটের মত শক্ত কাগজ কেটে ক্লাসে বসে একটি করে আয়তঘন বানাতে বলবেন। (সেলোট্যেপ, কাঁচি ও কাগজ ইত্যাদির ব্যবস্থা করতে হবে।) আরও বলবেন যে প্রত্যেক ছাত্র স্কেল দিয়ে তার তৈরি আয়তঘনটির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা মেপে আয়তঘনটির দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা, সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ও আয়তন আয়তঘনের উপরে বা আলাদা কাগজে লিখবে।

Step II : ছাত্র/ছাত্রীদের তৈরি আয়তঘনটি দেখে ও তার গায়ে বা আলাদা কাগজে লেখা আয়তঘনটির আয়তন ও সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল ঠিক নির্ণয় করেছে কিনা দেখে নম্বর দেবেন।

নম্বর দেওয়ার পদ্ধতি :

- i) আয়তঘনটি বানানোর জন্য 5 নম্বর
- ii) আয়তঘনটির আয়তন নির্ণয়ের জন্য 2 নম্বর। সঠিক একক না থাকলে 1 নম্বর কাটা যাবে।
- iii) আয়তঘনটির ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের জন্য 3 নম্বর। সঠিক একক না থাকলে 1 নম্বর কাটা যাবে।

নির্ধারিত সময় : ২ পিরিয়ড

6. শিখন সহায়ক সামগ্রীর সহায়তায় মূল্যায়নের (Open Book Evaluation) জন্য নির্বাচিত পাঠ : একচলবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ (অধ্যায় - 1)

Step I : শিক্ষক/শিক্ষিকা বোর্ডে দুটি সমীকরণ সমাধান করে দেখাবেন :

যেমন :

$$1) x^2 + 4\sqrt{2}x + 6 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + \sqrt{2}x + 3\sqrt{2}x + 6 = 0$$

$$\Rightarrow x(x + \sqrt{2}) + 3\sqrt{2}(x + \sqrt{2}) = 0$$

$$\Rightarrow (x + \sqrt{2})(x + 3\sqrt{2}) = 0$$

$$\Rightarrow x + \sqrt{2} = 0 \quad \text{অথবা,} \quad x + 3\sqrt{2} = 0$$

$$\Rightarrow x = -\sqrt{2} \quad \text{অথবা,} \quad x = -3\sqrt{2}$$

সমীকরণটির বীজ দুটি হল, $-\sqrt{2}$ এবং $-3\sqrt{2}$

$$2) \quad x^4 - 17x^2 + 16 = 0$$

$$\Rightarrow y^2 - 17y + 16 = 0 \text{ (ধরি, } x^2 = y)$$

$$\Rightarrow y^2 - 16y - y + 16 = 0$$

$$\Rightarrow y(y - 16) - 1(y - 16) = 0$$

$$\Rightarrow (y - 16)(y - 1) = 0$$

$$\Rightarrow y - 16 = 0 \text{ অথবা, } y - 1 = 0$$

$$\Rightarrow y = 16 \text{ অথবা, } y = 1$$

$$\Rightarrow x^2 = 16 \text{ অথবা, } x^2 = 1 \text{ (}\because y = x^2)$$

$$\Rightarrow x = \pm\sqrt{16} \text{ অথবা, } x^2 = \pm\sqrt{1}$$

$$\Rightarrow x = \pm 4 \text{ অথবা, } x = \pm 1$$

\therefore সমীকরণটির বীজ চারটি হল 4, -4, 1, -1

Step II : প্রত্যেক ছাত্র/ছাত্রীকে বলবেন তুমি সমাধান দুটি ভালো করে দেখো ও বোঝো। বোঝার জন্য সময় দেবেন।

Step III : বোর্ডে দুটি সমীকরণের সমাধান করতে দেবেন যে দুটি সমাধান করতে উপরে অঙ্ক দুটি সমাধানের ধারণা কাজে লাগে এবং অঙ্ক গুলি আমাদের পাঠ্যবইতে নেই। যেমন :

$$i) \quad x^2 + 113\sqrt{3}x + 3636 = 0$$

$$ii) \quad x^4 - 173x^2 + 676 = 0$$

Step IV : ছাত্র/ছাত্রীরা উত্তরপত্রে সমীকরণ দুটির সমাধান করতে চেষ্টা করবে।

Step V : ছাত্র/ছাত্রীদের উত্তরপত্র দেখে অর্থাৎ অঙ্ক দুটি করার চেষ্টা দেখে শিক্ষক/শিক্ষিকা নম্বর দেবেন।

নম্বর দেওয়ার পদ্ধতি:

i) এর জন্য 5 নম্বর

ii) এর জন্য 5 নম্বর

(এই প্রশ্নগুলির উত্তর দেবার জন্য ছাত্র/ছাত্রী পাঠ্য বইয়ের সাহায্য নিতে পারবে।)

নির্ধারিত সময়: ২ পিরিয়ড

দ্রষ্টব্য: কয়েকটি পাঠ্যবিষয় অবলম্বন করে এখানে ছয়টি পদ্ধতি সম্পর্কিত ছয়টি উদাহরণ দেওয়া হলো।

এটি নমুনা মাত্র। এভাবে বিভিন্ন পাঠ্যবিষয় অবলম্বনে গণিত প্রকাশ (Class X) বই থেকে শিক্ষক/ শিক্ষিকারা অন্তর্বর্তী প্রস্তুতিকালীন মূল্যায়নের জন্য উপরের ছয়টি পদ্ধতি ব্যবহার করবেন।

তৃতীয় অন্তর্বর্তী প্রস্তুতিকালীন মূল্যায়নে প্রাপ্ত মান মাধ্যমিক পরীক্ষায় অন্তর্বর্তী প্রস্তুতিকালীন মূল্যায়নের মান হিসাবে গণ্য করা হবে।

প্রথম পর্যায়ক্রমিক মূল্যায়নের নম্বর বিভাজন
(Summative-I)

বিষয়	বহু পছন্দভিত্তিক প্রশ্ন	সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্ন	দীর্ঘ উত্তরভিত্তিক প্রশ্ন **	মোট নম্বর
পাটিগণিত	2 (1×2)	2 (2×1)	5 (5×1)	9
বীজগণিত	2 (1×2)	2 (2×1)	10 (3+4+3)	14
জ্যামিতি	2 (1×2)	4 (2×2)	5 (5×1)	11
পরিমিতি	-	2 (2×1)	4 (4×1)	6
মোট নম্বর	6	10	24	40
		6 + 10 = 16		

** দীর্ঘ উত্তরভিত্তিক প্রশ্ন

অন্তর্বর্তী প্রস্তুতিকালীন মূল্যায়ন - 10 নম্বর

পাটিগণিত	
(i) সরল সুদকষা (ii) চক্রবৃদ্ধি সুদ (iii) সমহার বৃদ্ধি ও হ্রাস	} ————— 2টি প্রশ্নের মধ্যে 1টি : 5×1 নম্বর = 5 নম্বর
বীজগণিত	
(i) একচলবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ সমাধান (ii) বাস্তব সমস্যার সমাধানে দ্বিঘাত সমীকরণের প্রয়োগ [সমীকরণ গঠন ও সমাধান] (iii) অনুপাত ও সমানুপাত (iv) দ্বিঘাত করণী	} ————— 2টি প্রশ্নের মধ্যে 1টি : 3×1 নম্বর = 3 নম্বর } ————— 2টি প্রশ্নের মধ্যে 1টি : 4×1 নম্বর = 4 নম্বর } ————— 2টি প্রশ্নের মধ্যে 1টি : 3×1 নম্বর = 3 নম্বর
জ্যামিতি	
(i) বৃত্ত সম্পর্কিত উপপাদ্য (ii) বৃত্তস্থ কোণ সম্পর্কিত উপপাদ্য (iii) বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ সম্পর্কিত উপপাদ্য	} উপপাদ্য ————— 2টি প্রশ্নের মধ্যে 1টি : 5×1 নম্বর = 5 নম্বর
পরিমিতি	
(i) আয়তঘন (ii) লম্ববৃত্তাকার চোঙ	} ————— 2টি প্রশ্নের মধ্যে 1টি : 4×1 নম্বর = 4 নম্বর

প্রথম পর্যায়ক্রমিক মূল্যায়ন

নমুনা প্রশ্নপত্র

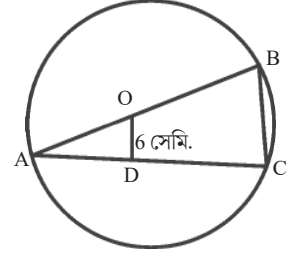
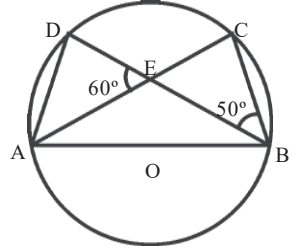
সময় : 1 ঘণ্টা 30 মিনিট

পূর্ণমান : 40

1. ঠিক উত্তরটি নির্বাচন করো :

1×6=6

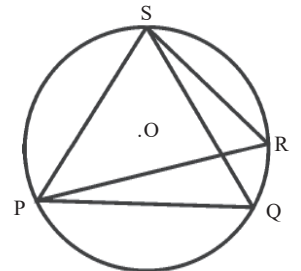
- (i) এক ব্যক্তি একটি ব্যাঙ্কে 121 টাকা জমা রেখে, 2 বছর পর সমূল চক্রবৃদ্ধি পেলেন 144 টাকা। বার্ষিক চক্রবৃদ্ধি সুদের হার
- (a) $9\frac{1}{11}\%$ (b) 2% (c) 5% (d) 10%
- (ii) বার্ষিক সরল সুদের হার 4% থেকে 5% হওয়ায় এক ব্যক্তির বার্ষিক আয় 1000 টাকা বেশি হয়, ব্যক্তিটির মূলধন হয়
- (a) 4000 টাকা (b) 5000 টাকা (c) 100000 টাকা (d) 50000 টাকা
- (iii) -3 ও 2 বীজ বিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণটি হলো
- (a) $x^2+(-3+2)x+(-3)(2)=0$ (b) $x^2-(-3+2)x+(-3)(2)=0$
- (c) $x^2-(-3+2)x-(-3)(2)=0$ (d) $x^2+(-3+2)x-(-3)(2)=0$
- (iv) $x^2+x-1=0$ সমীকরণের বীজদ্বয় α এবং β হলে, $(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta})$ এর মান হবে
- (a) -1 (b) 0 (c) 1 (d) ± 1
- (v) পাশের চিত্রে, O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তে $\angle AED = 60^\circ$ এবং $\angle CBE = 50^\circ$ হলে, $\angle ADB$ -এর মান হবে
- (a) 60° (b) 110° (c) 70° (d) 90°
- (vi) পাশের চিত্রে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AC একটি জ্যা এবং AB বৃত্তের ব্যাস, OD, AC-এর উপর লম্ব এবং OD = 6 সেমি. হলে, BC-এর দৈর্ঘ্য হবে
- (a) 3 সেমি. (b) 6 সেমি. (c) 9 সেমি. (d) 12 সেমি.



2. নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর দাও :

2×5=10

- (i) কোনো মূলধন বার্ষিক 10% সরল সুদের হারে কত বছরে তিনগুণ হবে তা নির্ণয় করো।
- (ii) যদি $x : y = 3 : 5$ হয়, তবে $(4x+3y) : (5x-y)$ -এর মান নির্ণয় করো
- (iii) 5 সেমি. দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট দুটি অসমকেন্দ্রিক বৃত্ত পরস্পরকে ছেদ করে এবং তাদের সাধারণ জ্যা-এর দৈর্ঘ্য 8 সেমি.। বৃত্ত দুটির কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যে দূরত্ব নির্ণয় করো।
- (iv) পাশের চিত্রে, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে $\angle QPS = 70^\circ$ এবং $\angle QSR = 40^\circ$ হলে, $\angle RQS$ -এর মান হবে



- (a) 40° (b) 45° (c) 30° (d) 60°

- (v) একটি ঘনকের প্রত্যেকটি ধারের দৈর্ঘ্য 20% বৃদ্ধি পেলে, ঘনকটির আয়তন শতকরা কত বৃদ্ধি পাবে তা নির্ণয় করো।
3. বার্ষিক 10% চক্রবৃদ্ধি হার সুদে 50,000 টাকার 2 বছরের চক্রবৃদ্ধি সুদ কত হবে তা নির্ণয় করো।

অথবা

কোনো কারখানার একটি মেশিনের মূল্য প্রতি বছর 10% হারে হ্রাস পায়। 3 বছর পরে ওই মেশিনটির মূল্য 43740 টাকা হলে, মেশিনটির বর্তমান মূল্য কত হবে তা নির্ণয় করো।

5

4. সমাধান করো : (যে-কোনো একটি)

3×1=3

(i) $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+b} = \frac{1}{a} - \frac{1}{a+b}$, $x \neq 0, -b$

(ii) $\frac{a}{ax-1} + \frac{b}{bx-1} = a + b$, $[x \neq \frac{1}{a}, \frac{1}{b}]$

5. একটি আয়তক্ষেত্রাকার জমির ক্ষেত্রফল 2000 বর্গমিটার এবং পরিসীমা 180 মিটার হলে, জমিটির দৈর্ঘ্য এবং প্রস্থ নির্ণয় করো।

অথবা

কলমের মূল্য প্রতি ডজনে 6 টাকা কমলে 30 টাকায় আরও 3টি কলম বেশি পাওয়া যাবে। দাম কমার পূর্বে প্রতি ডজন কলমের মূল্য নির্ণয় করো।

4

6. \sqrt{a} , \sqrt{b} এবং \sqrt{c} ক্রমিক সমানুপাতী হলে, দেখাও যে, $(a+c)^2 - b^2 = a^2 + b^2 + c^2$

অথবা

$x = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$ এবং $xy = 1$ হলে, দেখাও যে, $\frac{x^2 - xy + y^2}{x^2 + xy + y^2} = \frac{61}{63}$

3

7. প্রমাণ করো যে, একই বৃত্তাংশস্থ সকল বৃত্তস্থ কোণের মান সমান।

অথবা

প্রমাণ করো যে, ব্যাস নয় এরূপ কোনো জ্যা-এর উপর বৃত্তের কেন্দ্র থেকে লম্ব অঙ্কন করা হলে, ওই লম্ব জ্যাটিকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

5

8. ঘনকাকৃতির একটি সম্পূর্ণ জলপূর্ণ চৌবাচ্চা থেকে সমান মাপের 75 বালতি জল তুলে নিলে চৌবাচ্চাটির $\frac{2}{5}$ অংশ জলপূর্ণ থাকে। চৌবাচ্চার একটি ধারের দৈর্ঘ্য 1.5 মিটার হলে, প্রতিটি বালতিতে কত লিটার জল ধরে তা নির্ণয় করো।

অথবা

10 সেমি. ব্যাসের একটি লম্বা গ্যাসজারে কিছু জল আছে। ওই জলে 8 সেমি. দৈর্ঘ্যের ব্যাসের 5 সেমি. লম্বা একটি নিরেট লোহার লম্ব বৃত্তাকার চোঙাকৃতি টুকরো সম্পূর্ণ ডোবানো হয়, তবে জলতল কতটুকু উপরে উঠবে তা নির্ণয় করো।

4

দ্বিতীয় পর্যায়ক্রমিক মূল্যায়নের নম্বর বিভাজন
(Summative-II)

বিষয়	বহু পছন্দভিত্তিক প্রশ্ন	সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্ন	দীর্ঘ উত্তরভিত্তিক প্রশ্ন **	মোট নম্বর
পাটিগণিত	1 (1×1)	-	5 (5×1)	6
বীজগণিত	2 (1×2)	2 (2×1)	3 (3×1)	7
জ্যামিতি	2 (1×2)	2 (2×1)	13 (5+5+3)	17
পরিমিতি	2 (1×2)	4 (2×2)	4 (4×1)	10
মোট নম্বর	7	8	25	40
		$7 + 8 = 15$		

** দীর্ঘ উত্তরভিত্তিক প্রশ্ন

অন্তর্বর্তী প্রস্তুতিকালীন মূল্যায়ন - 10 নম্বর

পাটিগণিত	
(i) অংশীদারি কারবার	_____ 2টি প্রশ্নের মধ্যে 1টি : 5×1 নম্বর = 5 নম্বর
বীজগণিত	
(i) ভেদ	} _____ 2টি প্রশ্নের মধ্যে 1টি : 3×1 নম্বর = 3 নম্বর
(ii) একচলবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ সমাধান	
জ্যামিতি	
(i) বৃত্তের স্পর্শক সংক্রান্ত উপপাদ্য	} উপপাদ্য _____ 2টি প্রশ্নের মধ্যে 1টি : 5×1 নম্বর = 5 নম্বর
(ii) সদৃশতা সংক্রান্ত উপপাদ্য	
(iii) ত্রিভুজের পরিবৃত্ত ও অন্তর্বৃত্ত অঙ্কন — সম্পাদ্য	_____ 2টি প্রশ্নের মধ্যে 1টি : 5×1 নম্বর = 5 নম্বর
(iv) উপপাদ্যের প্রয়োগ	_____ 1টি প্রশ্ন : 3×1 নম্বর = 3 নম্বর
পরিমিতি	
(i) গোলক	} _____ 2টি প্রশ্নের মধ্যে 1টি : 4×1 নম্বর = 4 নম্বর
(ii) লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কু	

দ্বিতীয় পর্যায়ক্রমিক মূল্যায়ন

নমুনা প্রশ্নপত্র

সময় : 1 ঘণ্টা 30 মিনিট

পূর্ণমান : 40

1. ঠিক উত্তর নির্বাচন করো :

1×7=7

- (i) $9x^2 + 6x + a = 0$ সমীকরণটির বীজদ্বয় বাস্তব এবং সমান হতে হলে, a -এর মান হবে
(a) $-\frac{2}{3}$ (b) $\frac{1}{9}$ (c) 1 (d) 9
- (ii) A, 2000 টাকা দিয়ে মাছের ব্যবসা শুরু করে। কিন্তু A-এর ব্যবসা শুরু করার 2 দিন পর B ঐ ব্যবসায় 3000 টাকা নিয়োজিত করে। চুক্তি করে নেয় যে মূলধনের অনুপাতে লভ্যাংশ ভাগ করে নেবে। A-এর ব্যবসা শুরু করার 10 দিন বাদে লাভের অংশ হিসাব করলে, A এবং B-এর লভ্যাংশের অনুপাত হবে
(a) 2 : 3 (b) 1 : 5 (c) 5 : 4 (d) 5 : 6
- (iii) আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে বয়েল ও চার্লসের সমন্বয় সূত্র থেকে পাওয়া যায়, $PV = RT$, R একটি অশূন্য ধ্রুবক। এখানে T এবং $\frac{1}{P}$ এর সঙ্গে V
(a) সরল ভেদে আছে (b) ব্যস্ত ভেদে আছে (c) যৌগিক ভেদে আছে (d) সরল এবং ব্যস্ত ভেদে আছে
- (iv) 5 সেমি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট কোনো বৃত্তে AB এবং BC জ্যা দুটি পরস্পর লম্ব। AC জ্যা-এর দৈর্ঘ্য
(a) 5 সেমি (b) 2.5 সেমি (c) 10 সেমি (d) 5.5 সেমি
- (v) 6 সেমি ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট কোনো বৃত্তের বহিঃস্থ একটি বিন্দু P। P থেকে বৃত্তের উপর অবস্থিত একটি বিন্দু Q তে স্পর্শক QP -এর দৈর্ঘ্য 8 সেমি হলে, কেন্দ্র থেকে P বিন্দুর দূরত্ব হবে
(a) 14 সেমি (b) 36 সেমি (c) $2\sqrt{7}$ সেমি (d) 10 সেমি
- (vi) একটি শঙ্কুর উচ্চতা ইহার ব্যাসার্ধের দ্বিগুণ। এই শঙ্কুটির ব্যাসার্ধ দ্বিগুণ এবং উচ্চতা অর্ধেক করলে শঙ্কুটির আয়তন হয় পূর্বের শঙ্কুর আয়তনের
(a) সমান (b) দ্বিগুণ (c) 4 গুণ (d) 8 গুণ
- (vii) একটি নিরেট অর্ধগোলকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফলের সঙ্গে উহার সমতলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত হবে
(a) 2 : 1 (b) 1 : 2 (c) 1 : 3 (d) 3 : 1

2. নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর দাও :

2×4=8

- (i) $A \propto B$ হলে, প্রমাণ কর যে, $A^3 \propto B^3$
- (ii) শূন্যস্থান পূরণ করো :
- (a) কোনো বৃত্তের একটি ব্যাসের প্রান্তবিন্দুতে ঐ ব্যাসের উপর লম্ব অঙ্কন করলে লম্বটি ঐ বৃত্তের একটি _____ হবে।
- (b) দুটি বৃত্ত পরস্পরকে স্পর্শ করলে স্পর্শবিন্দু এবং কেন্দ্র দুটি _____ হবে।
- (iii) একটি নিরেট অর্ধগোলকের আয়তন এবং সমগ্রতলের ক্ষেত্রফলের সাংখ্যমান সমান হলে, গোলকটির ব্যাসার্ধের সাংখ্যমান কত হবে?

(iv) কোনো শঙ্কুর ভূমির ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 1.4 সেমি. এবং তির্যক উচ্চতা 2.6 সেমি হলে, শঙ্কুটির সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল কত হবে?

3. X এবং Y দুই বন্ধু যথাক্রমে 1,10,000 টাকা এবং 90,000 টাকা নিয়ে একটি ব্যবসা শুরু করে। তারা ঠিক করে যে মাসে মোট আয়ের $\frac{3}{5}$ অংশ তাদের কাজের জন্য 3 : 2 অনুপাতে ভাগ করে নেবে এবং বাকি টাকা মূলধনের অনুপাতে ভাগ করে নেবে। কোনো মাসে X -এর এই মূলধনের অনুপাতে ভাগ করে নেওয়া অংশের পরিমাণ 6600 টাকা হলে, ঐ মাসে মোট আয় কত হবে?

অথবা

বছরের শুরুতে দুই বন্ধু যথাক্রমে 50,000 টাকা এবং 40000 টাকা নিয়ে ব্যবসা শুরু করে। এর কয়েকমাস পর তৃতীয় বন্ধু ঐ ব্যবসায় 20,000 টাকা লগ্নি করে। বছরের শেষে 31000 টাকা লাভ হয়। প্রথম দুই বন্ধুর মোট লাভ 27000 টাকা হলে, তৃতীয় বন্ধু ব্যবসা শুরু হওয়ার কত মাস পর ব্যবসায় লগ্নি করেছিল? 5

4. $a \propto b$ এবং $b \propto c$ হলে, প্রমাণ কর যে, $a^3 + b^3 + c^3 \propto abc$

অথবা

সমাধান কর : $\frac{1}{(x-2)(x-3)} + \frac{1}{(x-3)(x-4)} + \frac{1}{(x-4)(x-5)} = \frac{1}{6}$ 3

5. প্রমাণ কর যে, বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে ঐ বৃত্তে যে দুটি স্পর্শক অঙ্কন করা যায় তাদের স্পর্শ বিন্দু দুটির সঙ্গে বহিঃস্থ বিন্দুর সংযোজক সরলরেখাংশ দুটির দৈর্ঘ্য সমান এবং তারা কেন্দ্রে সমান কোণ উৎপন্ন করে।

অথবা

প্রমাণ কর যে, যে কোনো সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল দ্বয়ের সমষ্টির সমান। 5

6. $\triangle ABC$ -এর শীর্ষবিন্দু A থেকে BC বাহুর উপর AD লম্ব অঙ্কন করা হলো। যদি $\frac{BD}{DA} = \frac{DA}{DC}$ হয়, তবে প্রমাণ করো যে, $\triangle ABC$ একটি সমকোণী ত্রিভুজ। 3

7. একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের দৈর্ঘ্য 4.5 সেমি এবং অপর যে-কোনো একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3.5 সেমি হলে ত্রিভুজটি অঙ্কন করো এবং ঐ ত্রিভুজের একটি পরিবৃত্ত অঙ্কন করো। (কেবলমাত্র অঙ্কন চিহ্ন দেবে) 5

অথবা

3 সেমি দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধের একটি বৃত্ত অঙ্কন করো এবং ঐ বৃত্তের উপর কোনো বিন্দুতে একটি স্পর্শক অঙ্কন করো। (কেবলমাত্র অঙ্কন চিহ্ন দেবে)

8. একটি সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ সংলগ্ন বাহু দুটির দৈর্ঘ্য 8 সেমি এবং 6 সেমি। সমকোণ সংলগ্ন বাহু দুটির দীর্ঘ বাহুটিকে অক্ষ ধরে ত্রিভুজটিকে একবার পূর্ণ আবর্তন করলে যে ঘনবস্তু তৈরি হয় তার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

অথবা

একটি নিরেট লোহার গোলকের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 12 সেমি হলে, ঐ গোলকটি গলিয়ে 2 সেমি ব্যাসার্ধ এবং 3 সেমি উচ্চতাবিশিষ্ট কয়টি শঙ্কু আকারের বস্তু তৈরি করা যাবে? 4

নির্বাচনী পরীক্ষার নম্বর বিভাজন
(Selection Test)

বিষয়	বহু পছন্দভিত্তিক প্রশ্ন (1×6)	অতি সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্ন		সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্ন	দীর্ঘ উত্তরভিত্তিক প্রশ্ন **	
		শূন্যস্থান পূরণ	সত্য অথবা মিথ্যা			
		6টির মধ্যে 5টি (1×5)	6টির মধ্যে 5টি (1×5)	12টির মধ্যে 10টি (2×10)	5 (5×1)	
পাটিগণিত	1	1	1	4 (2×2)	5 (5×1)	
বীজগণিত	1	1	1	4 (2×2)	9 (3+3+3)	
জ্যামিতি	1	1	1	6 (2×3)	13 (5+3+5)	
ত্রিকোণমিতি	1	1	1	4 (2×2)	11 (3+3+5)	
পরিমিতি	1	1	1	4 (2×2)	8 (4+4)	
রাশিবিজ্ঞান	1	1	1	2 (2×1)	8 (4+4)	
মোট নম্বর	6	5	5	20	54	90
6 + 5 + 5 + 20 = 36						

অন্তর্বর্তী প্রস্তুতিকালীন মূল্যায়ন : 10 নম্বর

** দীর্ঘ উত্তরভিত্তিক প্রশ্ন

পাটিগণিত	(i) সরল সুদকষা (ii) চক্রবৃদ্ধি সুদ ও সমহার বৃদ্ধি বা হ্রাস (iii) অংশীদারি কারবার	} _____	2টি প্রশ্নের মধ্যে 1টি : 5×1 নম্বর = 5 নম্বর
বীজগণিত	(i) একচলবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ (ii) ভেদ (iii) দ্বিঘাত করণী (iv) অনুপাত ও সমানুপাত	} _____	2টি প্রশ্নের মধ্যে 1টি : 3×1 নম্বর = 3 নম্বর 2টি প্রশ্নের মধ্যে 1টি : 3×1 নম্বর = 3 নম্বর 2টি প্রশ্নের মধ্যে 1টি : 3×1 নম্বর = 3 নম্বর
জ্যামিতি			2টি উপপাদ্যের মধ্যে 1টি : 5×1 নম্বর = 5 নম্বর উপপাদ্যের প্রয়োগে জ্যামিতিক সমস্যা সমাধান 2টি প্রশ্নের মধ্যে 1টি : 3×1 নম্বর = 3 নম্বর 2টি সম্পাদ্যের মধ্যে 1টি : 5×1 নম্বর = 5 নম্বর
ত্রিকোণমিতি	(i) কোণ পরিমাপের ধারণা (ii) ত্রিকোণমিতিক অনুপাত এবং ত্রিকোণমিতিক অভেদাবলি (iii) পুরক কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত (iv) ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের প্রয়োগ : উচ্চতা ও দূরত্ব	} _____	3টি প্রশ্নের মধ্যে 2টি : 3×2 নম্বর = 6 নম্বর 2টি প্রশ্নের মধ্যে 1টি : 5×1 নম্বর = 5 নম্বর
পরিমিতি	(i) আয়তঘন (ii) লম্ব বৃত্তাকার চোঙ (iii) গোলক (iv) লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কু (v) বিভিন্ন ঘনবস্তু সংক্রান্ত সমস্যা	} _____	3টি প্রশ্নের মধ্যে 2টি : 4×2 নম্বর = 8 নম্বর
রাশিবিজ্ঞান	গড়, মধ্যমা, ওজাইভ, সংখ্যাগুরুমান		3টি প্রশ্নের মধ্যে 2টি : 4×2 নম্বর = 8 নম্বর

নির্বাচনী মূল্যায়ন

নমুনা প্রশ্নপত্র

সময় : 3 ঘণ্টা

পূর্ণমান : 90

1.A. নীচের প্রশ্নগুলির ঠিক উত্তর নির্বাচন করো (সবগুলি প্রশ্নের উত্তর দাও)

1×6=6

(i) মোট টাকা তিনটি ব্যাঙ্কে এমনভাবে ভাগ করে রাখা হলো যাতে 1 বছর পর তিনটি ব্যাঙ্কে সুদের পরিমাণ সমান হয়। তিনটি ব্যাঙ্কে বার্ষিক শতকরা সরল সুদের হার যথাক্রমে 4%, 8% এবং 12% হলে, তৃতীয় ব্যাঙ্কে রাখা টাকার পরিমাণ প্রথম ব্যাঙ্কে রাখা টাকার পরিমাণের

(a) $\frac{1}{2}$ অংশ (b) $\frac{1}{3}$ অংশ (c) $\frac{1}{6}$ অংশ (d) তিনগুন

(ii) $\frac{1}{a}x^2 - (b + c)x + abc = 0$ ($a \neq 0$) দ্বিঘাত সমীকরণের বীজদ্বয়

(a) b ও c (b) $\frac{b}{a}$ ও $\frac{c}{a}$ (c) ab ও ac (d) a ও bc

(iii) কোনো সমকোণী ত্রিভুজের একটি কোণ α এবং $\sin 2\alpha = 1$ হলে, নীচের কোনটি সম্ভব

(a) $\sin \alpha = \cos \alpha$ (b) $\sin \alpha = \tan \alpha$ (c) $\sin \alpha = \sec \alpha$ (d) $\sin \alpha = \operatorname{cosec} \alpha$

(iv) R এবং r ব্যাসার্ধের দুটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করলে, কেন্দ্রদ্বয়ের মধ্যে দূরত্ব

(a) $R + r$ (b) $R - r$ (c) 0 (d) $2(R + r)$

(v) একটি ঘনকের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল এবং আয়তন সাংখ্যমানে সমান হলে, ঘনকের বাহুর দৈর্ঘ্য হবে

(a) 1 একক (b) 2 একক (c) 5 একক (d) 6 একক

(vi) 1, 2, 6, 1, 6, 2, 3, 3 তথ্যটির সংখ্যাগুরুমান

(a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 1,2,3,6

B. শূন্যস্থান পূরণ করো (যে-কোনো পাঁচটি)

1×5=5

(i) বার্ষিক r% চক্রবৃদ্ধি হার সুদে অর্জিত সুদ হলে, n বছরের p টাকার সমূল চক্রবৃদ্ধি = $p \left(1 + \frac{r}{400}\right)^{4n}$

(ii) $a : 4 = b : 10$ হলে, a-এর 25% = b-এর%

(iii) r একক দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তে S একক দৈর্ঘ্যের বৃত্তচাপ কেন্দ্রে যে কেন্দ্রস্থ কোণ উৎপন্ন করে তার বৃত্তীয়মান θ হলে, $S = \dots\dots\dots$ হবে।

(iv) দুটি বৃত্ত পরস্পরকে বহিঃস্পর্শ করলে বৃত্ত দুটির সাধারণ স্পর্শকের সংখ্যা হবে টি।

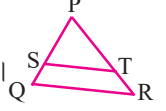
(v) r ব্যাসার্ধের একটি শঙ্কুর উচ্চতা r হলে, এইরূপ 4 টি শঙ্কুর মোট আয়তন 1টি ব্যাসার্ধের গোলকের আয়তনের সমান।

(vi) বিন্যস্ত পরিসংখ্যা বিভাজন তালিকার ক্ষেত্রে যে শ্রেণির পরিসংখ্যা সবচেয়ে বেশি তাকে শ্রেণি বলে।

C. নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির সত্য না মিথ্যা লেখো (যে-কোনো পাঁচটি)

1×5=5

- (i) যৌথ ব্যবসায় X-এর মূলধন Y-এর মূলধনের $\frac{1}{3}$ অংশ হলে, X এবং Y-এর লভ্যাংশের অনুপাত 3 : 1
- (ii) x, y-এর সঙ্গে ব্যস্ত ভেদে এবং y, z -এর সঙ্গে ব্যস্ত থাকলে, x, z-এর সঙ্গে সরলভেদে থাকবে।
- (iii) $(\sin^2 1^\circ + \sin^2 89^\circ)$ -এর মান 1,
- (iv) চিত্রে, ΔPQR -এর $\frac{PS}{SQ} = \frac{PT}{TR}$ এবং $\angle PST \neq \angle PRQ$ হলে, ΔPQR একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ।
- (v) r একক দৈর্ঘ্যের ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট একটি গোলক এবং একটি অর্ধগোলকের সমগ্র তলের ক্ষেত্রফলের অনুপাত হবে 4:3
- (vi) লেখচিত্রের কেবল বৃহত্তর সূচক এবং ক্ষুদ্রতর সূচক ওজাইভদ্বয়ের ছেদবিন্দু থেকে মধ্যমার মান পাওয়া যায় কিন্তু যে-কোনো একটি ওজাইভ থেকে মধ্যমার মান পাওয়া যায় না।



2. নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর দাও : (যে কোনো দশটি)

2×10=20

- (i) পথ দুর্ঘটনার সংখ্যা প্রতি বছর তার পূর্ববর্তী বছরের তুলনায় 10% হ্রাস পায়। 2017 সালে 54টি পথ দুর্ঘটনা ঘটলে, 2016 সালে কতগুলি পথ দুর্ঘটনা ঘটেছিল?
- (ii) বার্ষিক 20% চক্রবৃদ্ধি হার সুদে কত বছরে 1000 টাকার সমূল চক্রবৃদ্ধি 1440 টাকা হবে?
- (iii) $x \propto \sqrt{y}$ এবং $y = a^2$ যখন $x = a$, y- কে x দ্বারা প্রকাশ করো।
- (iv) $ax^2 - (a^2+1)x + a = 0$ ($a \neq 0$) দ্বিঘাত সমীকরণটির বীজদ্বয়ের মধ্যে সম্পর্ক কী তা নির্ণয় কর।
- (v) একটি শঙ্কু এবং একটি চোঙের ব্যাসার্ধ সমান কিন্তু শঙ্কুর উচ্চতা চোঙের উচ্চতার দ্বিগুণ। শঙ্কু এবং চোঙের আয়তনের অনুপাত কত হবে?
- (vi) কোনো শঙ্কুর তির্যক উচ্চতা উহার ভূমির ব্যাসার্ধের 4 গুণ, শঙ্কুটির বক্রতলের ক্ষেত্রফল 16π বর্গমিটার হলে, এর ব্যাসের দৈর্ঘ্য কত?
- (vii) O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে PQ এবং RS দুটি সমান এবং সমান্তরাল জ্যা যাদের প্রত্যেকটির দৈর্ঘ্য 20 সেমি.। বৃত্তটির ব্যাসার্ধ 13 সেমি. হলে, জ্যা দুটির মধ্যে দূরত্ব কত?
- (viii) চিত্রে, O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তের উপর A বিন্দুতে AT একটি স্পর্শক। BC ব্যাসের বর্ধিতাংশ স্পর্শককে T বিন্দুতে ছেদ করে। $\angle ABC = 25^\circ$ হলে, $\angle ATB$ -এর মান নির্ণয় কর।
- (ix) ΔPQR -এর QR-এর সমান্তরাল ST, PQ-কে S বিন্দুতে এবং PR-কে T বিন্দুতে ছেদ করে, $PQ = (x+1)$ একক $PS = 3$ একক $PR = (x+6)$ একক এবং $PT = 6$ একক হলে, x-এর মান নির্ণয় কর।
- (x) যদি $\tan \theta = \cot \alpha$ হয় এবং $0^\circ < \theta < 90^\circ$, $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ হলে, $\cos(\theta+\alpha)$ -এর মান নির্ণয় কর।
- (xi) সমকোণী সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের প্রত্যেকটি কোণের বৃত্তীয়মান নির্ণয় কর,
- (xii) কোনো তথ্যে কল্পিত গড়, $a = 50$, শ্রেণি-দৈর্ঘ্য, $h=20$, মোট পরিসংখ্যা, $\Sigma f_i = 50$ এবং $\Sigma f_i u_i = 10$ হলে, তথ্যটির যৌগিক গড় নির্ণয় করো, যেখানে $u_i =$ প্রতি একক শ্রেণি দৈর্ঘ্যের জন্য কল্পিত গড়ের সাপেক্ষে চলার মানগুলির বিচ্যুতি।

3. বার্ষিক 5% হার সুদে কত টাকার 2 বছরের সরল সুদ ও চক্রবৃদ্ধি সুদের অন্তর 10 টাকা হবে তা নির্ণয় কর।

অথবা

দুই বন্ধু যথাক্রমে 100000 টাকা এবং 150000 টাকা নিয়ে একটি ব্যবসা শুরু করে। বছরের শেষে মোট লাভ হয় 50000 টাকা, এই লাভের 20% তারা ইন্সুরেন্সে জমা দেয়। জমা দেওয়ার পর অবশিষ্ট লাভের $\frac{1}{4}$ অংশ তারা সমান ভাগে ভাগ করে নেয়। বাকি লাভ তারা মূলধনের অনুপাতে ভাগ করে নিলে প্রত্যেকের লভ্যাংশ কত হবে তা নির্ণয় করো। 5

4. সমাধান করো : $(\frac{x+5}{x-5})^2 + \frac{x+5}{x-5} - 12 = 0$

অথবা

যদি দুই অঙ্কের একটি ধনাত্মক সংখ্যাকে উহার দশকের ঘরের অঙ্ক দিয়ে গুণ করলে গুণফল 117 এবং এককের ঘরের অঙ্ক দশকের ঘরের অঙ্কের তিনগুণ হয়, তবে সংখ্যাটি নির্ণয় করো। 3

5. সরল করো : $\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{5}} - \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$

অথবা

গোলকের আয়তন গোলকের ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্যের ত্রিঘাতের সঙ্গে সরলভেদে আছে। একটি নিরেট সিসার গোলকের ব্যাসের দৈর্ঘ্য 12 সেমি। এই গোলকটি গলিয়ে তিনটি নতুন নিরেট গোলক তৈরি করা হলো এবং গলানোর ফলে, আয়তনের কোনো পরিবর্তন হয় না। এদের দুটির ব্যাসার্ধের দৈর্ঘ্য 3 সেমি. ও 4 সেমি. হলে তৃতীয়টির ব্যাসের দৈর্ঘ্য ভেদতত্ত্ব প্রয়োগ করে নির্ণয় করো। 3

6. $a^2 : (yb + zc) = b^2 : (zc + xa) = c^2 : (xa + yb) = 1$ হলে,

দেখাও যে, $\frac{x}{x+a} + \frac{y}{y+b} + \frac{z}{z+c} = 1$

অথবা

a, b, c, d ক্রমিক সমানুপাতী হলে, দেখাও যে, $\frac{a^2-b^2}{b^2-c^2} = \frac{b^2-c^2}{c^2-d^2}$ 3

7. প্রমাণ করো : যে কোনো ত্রিভুজের একটি বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির সমান হলে, প্রথম বাহুর বিপরীত কোণটি সমকোণ হবে।

অথবা

প্রমাণ করো : বৃত্তের কোনো বিন্দুতে স্পর্শক ও ওই স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ পরস্পর লম্বভাবে অবস্থিত। 5

8. ΔABC -এর শীর্ষবিন্দু A থেকে BC বাহুর উপর AD লম্ব যা BC বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করেছে এবং $AD^2 = BD \cdot CD$ হলে, প্রমাণ কর যে, ΔABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ এবং $\angle A = 90^\circ$

অথবা

O কেন্দ্রীয় একটি বৃত্ত আঁক যার একটি ব্যাস AB এবং A বিন্দুতে বৃত্তের স্পর্শক PAQ; PAQ-এর সমান্তরাল জ্যা RS; যুক্তি দিয়ে প্রমাণ কর যে, AB, RS-এর লম্ব সমদ্বিখণ্ডক।

3

9. 7 সেমি এবং 3 সেমি. দৈর্ঘ্যের সরলরেখাংশ দুটির মধ্যসমানুপাতী অঙ্কন কর এবং চিত্র থেকে মেপে $\sqrt{21}$ -এর মান নির্ণয় করো। (শুধুমাত্র অঙ্কন চিহ্ন দিতে হবে)

অথবা

একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ অঙ্কন করো যার ভূমির দৈর্ঘ্য 5 সেমি. এবং সমান বাহুদ্বয়ের প্রত্যেকটির দৈর্ঘ্য 6 সেমি, ওই ত্রিভুজের অন্তর্ভুক্ত অঙ্কন করো (শুধুমাত্র অঙ্কন চিহ্ন দিতে হবে)।

5

10. যে-কোনো 2 টি প্রশ্নের উত্তর দাও :

3×2=6

(i) একটি সমকোণী ত্রিভুজের সূক্ষ্মকোণ দুটির পরিমাপের অন্তর 10° হলে, কোণ দুটির বৃত্তীয়মান নির্ণয় করো।

(ii) যদি $\tan \theta = \frac{x}{y}$ হয়, তাহলে দেখাও যে, $\sin \theta - \cos \theta = \frac{x-y}{\sqrt{x^2+y^2}}$

(iii) প্রমাণ করো যে, $\cot 12^\circ \cot 38^\circ \cot 52^\circ \cot 78^\circ \cot 60^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$

11. যে-কোনো 2 টি প্রশ্নের উত্তর দাও :

4×2=8

(i) 28 সেমি দৈর্ঘ্যের ব্যাস বিশিষ্ট একটি লম্ব বৃত্তাকার চোঙে কিছু জল আছে এবং তাতে সমান ব্যাসের তিনটি নিরেট লোহার গোলক সম্পূর্ণ ডোবানো যায়। গোলকগুলি ডোবানোর আগে জলতলের যে উচ্চতা ছিল গোলকগুলি ডোবানোর ফলে জলতলের উচ্চতা তার থেকে 7 সেমি. বৃদ্ধি পায়। গোলকগুলির ব্যাসের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।

(ii) একটি লম্ব বৃত্তাকার শঙ্কুর ভূমিতলের ব্যাস 21 মিটার এবং উচ্চতা 14 মিটার। প্রতি বর্গমিটার 1.50 টাকা হিসাবে পার্শ্বতল রং করতে কত টাকা খরচ পড়বে তা নির্ণয় করো।

(iii) একটি ছিদ্র দিয়ে জাহাজের খোলে 220 কিলোলিটার জল ঢুকেছে। ছিদ্রটি বন্ধ করার পর জল নিকাশের জন্য একটি পাম্প লাগানো হয়েছে। পাম্পটির পাইপের ব্যাসের দৈর্ঘ্য 20 সেমি. এবং চালু অবস্থায় জলের গতিবেগ মিনিটে 350 মিটার হলে, সমস্ত জল নিকাশ করতে পাম্পটি কতক্ষণ চালু রাখতে হবে তা নির্ণয় করো।

12. 200 মিটার উঁচু একটি বাড়ির ছাদ থেকে দেখলে ঠিক বিপরীত দিকে অপর একটি বাড়ির চূড়া ও পাদবিন্দুর অবনতি কোণ যথাক্রমে 30° এবং 60° বাড়িটির উচ্চতা নির্ণয় করো।

5

অথবা

সূর্যের উন্নতি কোণ 30° থেকে বৃদ্ধি পেয়ে 45° হলে, একটি খুঁটির ছায়ার দৈর্ঘ্য 3 মিটার কমে যায়। খুঁটিটির উচ্চতা নির্ণয় করো।

13. যে-কোনো 2টি প্রশ্নের উত্তর দাও :

4×2=8

- (i) একটি কর্মসূচিতে উপস্থিত 100 জনের বয়স নীচের ছকে দেওয়া হলো ঐ 100 জন লোকের গড় বয়স নির্ণয় করো।
(যেকোনো পদ্ধতিতে)

বয়স (বছরে)	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
লোক সংখ্যা	12	08	22	20	18	20

(i)

শ্রেণি	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30
পরিসংখ্যা	04	10	15	08	03	05

প্রদত্ত তথ্যের ক্রমযৌগিক পরিসংখ্যা বিভাজন তালিকা (বৃহত্তর সূচক) তৈরি করে ছক কাগজে ওজাইভ অঙ্কন করো।

- (ii) নীচের পরিসংখ্যা বিভাজনের দ্বারা প্রদত্ত তথ্যটির সংখ্যাগুরুমান নির্ণয় করো।

দ্রব্যের আকারের নম্বর	4-8	8-12	12-16	16-20	20-24	24-28	28-32
পরিসংখ্যা	9	10	18	14	10	6	3

দ্বিঘাত সমীকরণ সংক্রান্ত কিছু লক্ষণীয় বিষয় :

1. $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) সমীকরণের বীজদুটি α ও β যেখানে a, b, c বাস্তব সংখ্যা।

যে সমীকরণের বীজ দুটি α ও β -এর অনোন্যক সেই সমীকরণটি নির্ণয় করি।

প্রথম ও দ্বিতীয় সমীকরণ দুটির সহগগুলির মিল লক্ষ্য করি।

উদাহরণ হিসাবে, $x^2 + 2x + 3 = 0$ সমীকরণের বীজ দুটি α ও β ।

এখানে, x^2 -এর সহগ 1,

x^1 -এর সহগ 2 এবং

x^0 -এর সহগ 3

যে সমীকরণের বীজদুটি $\frac{1}{\alpha}$ এবং $\frac{1}{\beta}$ সেই সমীকরণের x^2 , x^1 এবং x^0 -এর সহগগুলি নির্ণয় করি।

2. $ax^2 + bx + c = 0$, ($a \neq 0$) যেখানে a, b এবং c বাস্তব সংখ্যা, সমীকরণটির একটি মূলদ বীজ $\frac{p}{q}$ হলে q, a -এর গুণনীয়ক এবং p, c -এর গুণনীয়ক হবে।

তিনটি উদাহরণের সাহায্যে বক্তব্যটি যাচাই করি।

$6x^2 + 7x + 3 = 0$ সমীকরণটির সম্ভাব্য মূলদ বীজগুলি কি কি হতে পারে তা উপরের বক্তব্যটির সাহায্য নিয়ে লিখি।

3. $ax^2 + bx + c = 0$, ($a \neq 0$) যেখানে a, b, c বাস্তব সংখ্যা এবং α ও β সমীকরণটির দুটি বীজ।

α ও β বীজের একটি বহুপদী অপেক্ষক $f(\alpha, \beta)$ কে প্রতিসম অপেক্ষক বলা হবে যদি

$f(\beta, \alpha) = f(\alpha, \beta)$ হয়।

উদাহরণ হিসাবে, $f(\alpha, \beta) = \alpha^3 + \beta^3 + \alpha^2\beta^2$ বীজ দুটির একটি প্রতিসম অপেক্ষক

$\alpha + \beta$ এবং $\alpha\beta$ -কে বীজদ্বয়ের প্রাথমিক প্রতিসম অপেক্ষক (elementary symmetric functions of roots) বলে।

$\alpha + \beta$ এবং $\alpha\beta$ -এর মানের সাহায্য নিয়ে আমরা বীজদ্বয়ের যে কোনো প্রতিসম বহুপদী অপেক্ষকের মান সহজে নির্ণয় করতে পারবো। কিন্তু

যদি বীজদ্বয়ের বহুপদী অপেক্ষকটি প্রতিসম না হয় তাহলে মান নির্ণয় করা কঠিন হবে।

উদাহরণ হিসাবে, $6x^2 + 7x + 3 = 0$ সমীকরণটির বীজ দুটি α ও β হলে, $\alpha + \beta$ এবং $\alpha\beta$ -এর মানের সাহায্য নিয়ে

(i) $\frac{\alpha^2}{\beta^2} + \frac{\beta^2}{\alpha^2}$ এর মান নির্ণয় করি এবং

(ii) $\frac{\alpha^2}{\beta} + \frac{\beta^2}{\alpha}$ এর মান নির্ণয় করি এবং

4. $ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), যেখানে a, b, c বাস্তব সংখ্যা, একটি দ্বিঘাত বহুপদী সংখ্যামালা।

$ax^2 + bx + c = (dx + e)(fx + g)$, যেখানে d, e, f এবং g বাস্তব সংখ্যা।

এইরূপ উৎপাদকে বিশ্লেষণ করা সম্ভব হবে না যদি না একটি মৌলিক সংখ্যা p পাওয়া যায় যেখানে p, b ও c -এর

গুণনীয়ক কিন্তু p, a এর গুণনীয়ক নয় এবং, p^2, c -এর গুণনীয়ক নয়।

উদাহরণ হিসাবে, $7x^2 + 4x + 2$ -কে দুটি একঘাত উৎপাদকের গুণফল হিসাবে প্রকাশ করা সম্ভব নয়।

দশম শ্রেণির গণিতের পাঠক্রমে জীবন কুশলতা বিকাশের নানান ক্ষেত্র নিয়ে আলোচনা

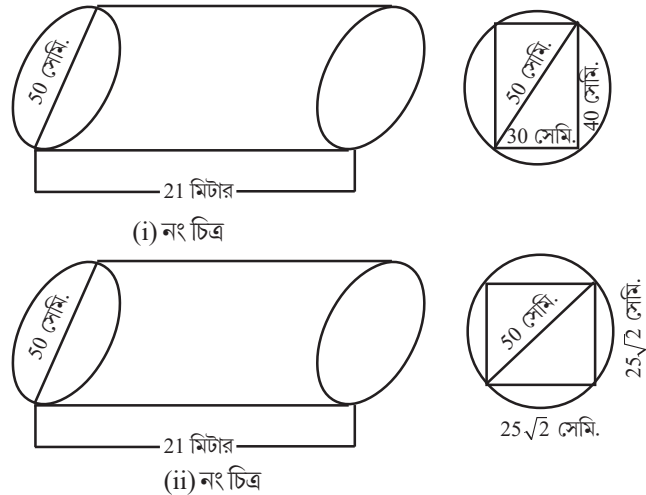
ব্যক্তিজীবনের সর্বাঙ্গীণ বিকাশই হলো শিক্ষার মূল লক্ষ্য, এই শিক্ষা তাই জীবনব্যাপী শিক্ষা (Lifelong learning)। শিক্ষার্থীর প্রাত্যহিক জীবনের নানা ঘাত-প্রতিঘাতের মাধ্যমে অর্জিত অভিজ্ঞতার সঙ্গে বিদ্যালয় শিক্ষার তত্ত্বের সঠিক সংমিশ্রণ ঘটলে শিক্ষার্থীর বিকাশ সঠিকপথে পরিচালিত হয়। কিন্তু বিদ্যালয়ের পাঠক্রম কি বিদ্যালয় শিক্ষার সমাপ্তিতে শিক্ষার্থীর বাকি জীবনের সকল সম্ভাব্য প্রতিকূলতাকে মোকাবিলা করতে সক্ষম করে? এই পাঠক্রম কি শিক্ষার্থীকে প্রতিকূল পরিস্থিতির মধ্যেও লুকিয়ে থাকা ন্যূনতম সুযোগকে (Opportunity) ব্যবহার করতে পারাঙ্গম করে তোলে? উপরোক্ত প্রতিকূলতার মুখোমুখি হলে নানা ধরনের জীবন কুশলতার (Life skill) প্রয়োজন হয়।

বিদ্যালয়ের পাঠক্রমের নানাবিধ সীমাবদ্ধতাকে অতিক্রম করে, ছাত্রছাত্রীদের নিজের ভিতরের ও বাইরের নানা অনিশ্চয়তা ও চাপের মুখোমুখি হওয়া, আপন অস্তিত্ব বজায় রাখা, অন্তর্নিহিত গুণাবলিকে বিকশিত করা, নিজেকে দ্রুত পরিবর্তনশীল জগতের উপযোগী করে তোলা এবং সংবেদনশীল ও সমাজমনস্ক মানুষ হিসাবে গড়ে তোলার জন্য তার চাই বিশেষ ধরনের শিক্ষা। এই শিক্ষাই হলো জীবন কুশলতার শিক্ষা, যা বিদ্যালয়ের পাঠক্রমের পরিপূরক হতে পারে। ছাত্রছাত্রীদের দক্ষতা বৃদ্ধির উদ্দেশ্যে এই শিক্ষা দেওয়া যেতে পারে। জীবন কুশলতা বৌদ্ধিক বিকাশ করে, কার্যকরী সংযোগ ক্ষমতা গড়ে তোলে ও চাপ প্রশমিত করতে শেখায়।

গণিত পাঠক্রমের ছত্রে ছত্রে এই জীবন কুশলতা বিকাশের নানা সম্ভাবনা লুকিয়ে আছে। কিছু এমন পরিচিত উদাহরণের সাহায্যে এই সম্ভাবনার ক্ষেত্রগুলো উন্মোচিত করা হল।

জীবন কুশলতা আয়ত্ত করার জন্য প্রাসঙ্গিক উদাহরণ

বিষয় : ঘনবস্তুসংক্রান্ত বাস্তব সমস্যা।



(i) নং এবং (ii) চিত্রে দুটি চোঙাকৃতি কাঠের গুঁড়ি। প্রত্যেকটি কাঠের গুঁড়ির দৈর্ঘ্য 21 মিটার এবং ব্যাস 50 সেমি। এই কাঠের গুঁড়ি দুটি থেকে সবচেয়ে কম কাঠ নষ্ট করে আয়তঘনাকার কাঠ বের করে নিতে হবে। আবার পড়ে থাকা (নষ্ট হওয়া) কাঠ পেস্ট করে কাঠের তক্তা তৈরি করা হবে। আয়তঘনাকার কাঠের বস্তুর কাঠের আয়তন কত হবে এবং কাঠের তক্তার মধ্যে কাঠের আয়তন কত হবে তা নির্ণয় করতে হবে। আয়তঘনাকার কাঠের দাম বেশি এবং পেস্ট করা কাঠের তক্তার দাম কম।

এখন প্রশ্ন : আয়তঘনাকার কাঠটির প্রস্থচ্ছেদ কীরূপ হবে অর্থাৎ আয়তাকার না বর্গাকার হবে?

প্রথম জন (i) নং চিত্রের মতো অর্থাৎ প্রস্থচ্ছেদ আয়তাকারে কেটেছে যার দৈর্ঘ্য 40 সেমি. এবং প্রস্থ 30 সেমি. (অর্থাৎ দৈর্ঘ্য এবং প্রস্থের পরিমাপ আলাদা) এই পরিমাপ থেকে আয়তঘনাকার কাঠের আয়তন ও তক্তার আয়তন নির্ণয় করবে (আঠার আয়তন উপেক্ষা করা হলো)।

দ্বিতীয়জন (ii) নং চিত্রের মতো অর্থাৎ প্রস্থচ্ছেদ বর্গাকারে কেটেছে যার দৈর্ঘ্য $25\sqrt{2}$ সেমি. (35.35 সেমি. প্রায়)। সেক্ষেত্রেও আয়তন দুটি নির্ণয় করবে। তা থেকে বুঝবে কোনটি লাভজনক।

এখানে যে জীবন কুশলতাগুলি আয়ত্ত হচ্ছে সেগুলি হলো —

1. সম্পদের উপযুক্ত ব্যবহারের কুশলতা অর্জন (Wise use of Resources)
2. বিশ্লেষণাত্মক চিন্তা করার ক্ষমতা অর্জন (Critical Thinking)
3. সমস্যা সমাধানের ক্ষমতা অর্জন (Problem Solving)
4. সিদ্ধান্ত গ্রহণের ক্ষমতা অর্জন (Decision Making)

জীবন কুশলতার কয়েকটি দিক

সমস্যা সমাধান (Problem Solving)

- সমস্যাটিকে চিনতে পারা অর্থাৎ সমস্যাটিতে গণিতের কোন কোন বিষয় জড়িত তা নির্ধারণ করা।
- সমস্যাটিকে গণিতের ভাষায় লেখা।
- সমস্যা সমাধানের বিভিন্ন উপায় ভাবা এবং ঠিক উপায়টি প্রয়োগ করা।
- সমস্যা সমাধানের পদ্ধতিটি যুক্তি দিয়ে বিশ্লেষণ করে বারবার অনুশীলন করা।

সিদ্ধান্তগ্রহণ (Decision Making)

- কোনো বিষয়ে কেন সিদ্ধান্ত নেওয়া হচ্ছে তা জানা।
- অনেকগুলি উপায়ের মধ্যে সব থেকে প্রয়োজনীয় এবং ফলপ্রসূ উপায়টি দৃঢ় মনোভাবসহ বেছে নেওয়া।
- যে সিদ্ধান্তটি নেওয়া হয়েছে তার ফলে কী কী সুবিধা হবে তা ভেবে নেওয়া এবং পাশাপাশি অসুবিধাগুলির কথাও চিন্তা করা।
- সিদ্ধান্তটি যথার্থ হলো কি না তা যাচাই করা।

বিশ্লেষণাত্মক চিন্তা (Critical Thinking)

- মনে রাখা / স্মরণ করা (Remembering)
- বুঝতে পারা (Comprehending)
- প্রয়োগ করতে পারা (Applying)
- বিশ্লেষণ করতে পারা (Analysing)
- মূল্যায়ন/যথার্থতা বিচার করতে পারা (Evaluating)
- নতুনভাবে করা / সৃষ্টি করতে পারা (Creating)

সম্পদের উপযুক্ত ব্যবহারের কুশলতা অর্জন (Wise use of Resources)

- সম্পদের মূল্য বোঝা এবং তাকে যথাযথভাবে ব্যবহার করা।
- উদ্দেশ্যমূলকভাবে সম্পদের ব্যবহার করার পর অবশিষ্ট সম্পদগুলিকেও যথাযথভাবে, নানাবিধে ব্যবহার করা।
- সম্পদের গুরুত্ব অক্ষুণ্ণ রেখে তার বৃপাস্তরীকরণ।
- উদ্দেশ্যপূরণের জন্য যথাযথ পরিকল্পনা গ্রহণ।
- উদ্দিষ্ট কাজে অভিজ্ঞতা সঞ্চার করে পরবর্তী যে কোনো কাজে উৎসাহিত হয়ে সফল হওয়া।

বিপণন কুশলতা অর্জন (Marketable Skill)

- বিভিন্ন পরিস্থিতির সাপেক্ষে প্রতিক্রিয়া (Reaction)।
- বিপণন কৌশল।
- প্রয়োজনীয় পরিস্থিতি অনুযায়ী পরিবর্তনীয় সিদ্ধান্ত গ্রহণ (Decision Making)।
- একটি প্রতিক্রিয়ামূলক অভিজ্ঞতা থেকে যে কোনো ব্যাপারে আর একটি নতুন পদক্ষেপ নেওয়ার জন্য প্রস্তুত হওয়া।

তথ্য নথিভুক্ত করার ক্ষমতা অর্জন এবং পরিকল্পনা/সংগঠিত করার কুশলতা অর্জন (Keeping Records and Planning/Organizing)

- তথ্য নথিভুক্ত করার ফলে লক্ষ্য স্থির করে যেকোনোভাবে পরিকল্পনা ও প্রতিক্রিয়া কীভাবে করা যেতে পারে তার সিদ্ধান্ত নেওয়া যায়।
- যেকোনো বিষয়ে খতিয়ে দেখে ও তুলনা করে ভবিষ্যৎ পরিস্থিতি নিশ্চিত অনুমান করা সম্ভব।
- বিষয়গত সারবস্তু সম্পর্কে অবগত হওয়া যায়।
- ভুলত্রুটিগুলি জেনে তার সংশোধনের জন্য সক্রিয় হওয়া যায়।
- যেকোনো বিষয়ে বিশদভাবে জেনে দায়িত্ব সচেতন হওয়া যায়।

প্রজ্ঞামূলক ক্ষেত্রের প্রত্যাশিত শিখন ফলাফলের (Expected learning outcome) আনুষঙ্গিক ক্রিয়াশীল শব্দ

প্রজ্ঞামূলক ক্ষেত্র (Cognitive Domain)	ক্রিয়াশীল শব্দাবলী (Action verbs)
i) Remembering (পূর্ব অভিজ্ঞতা স্মরণ করা)	(i) বক্তব্য লেখো (State) (ii) তালিকা প্রস্তুত করো (List) (iii) নাম বলো (Name) (iv) স্মরণ করো (Recall) (v) চিনতে পারো (Recognise) (vi) চিহ্নিত করো (Labelling) (vii) নির্বাচন করো (Select) (viii) পুনরুদ্ভেদ করো (Reproduce) (ix) পরিমাপ করো (Measure) (x) শনাক্ত করো (Recognise) (xi) সংজ্ঞা দাও (Give definition) ইত্যাদি।
ii) Understanding (উপলব্ধি করা)	(i) নির্বাচন করো (Select) (ii) উদাহরণ দাও (Give example) (iii) উপস্থাপন করো (Represent) (iv) কার্য-কারণ ব্যাখ্যা করো (Explain cause and effect) (v) ব্যাখ্যা করো (Explain) (vi) মিল ও অমিল করো (Compare) (vii) তুলনামূলক পার্থক্য নির্ণয় করো (Contrast) (viii) প্রভেদ করো (Discriminate) (ix) শ্রেণিকরণ করো (classify) (x) অনুবাদ করো (Translate) (xi) সংক্ষিপ্তাকারে প্রকাশ করো (Summarise) (xii) যুক্তি দাও (Justify) (xiii) উদাহরণসহ ব্যাখ্যা দাও (Illustrate) (xiv) অনুমান করে সিদ্ধান্তে উপনীত হওয়া (Infer) (xv) হাতেকলমে প্রদর্শন করো (Demonstrate)
iii) Applying (প্রয়োগ করা)	(i) কারণ দেখাও (Give reason) (ii) সূত্রাকারে প্রকাশ করো (Formulate) (iii) প্রকল্প গঠন করা (Formulate Hypothesis) (iv) সূত্র প্রতিষ্ঠা করো (Establish law) (v) সম্পর্ক প্রতিষ্ঠা করো (Establish relationship) (vi) কী হতে পারে সে বিষয়ে আগাম ধারণা করা (Predict) (vii) নির্বাচন করো (Select) (viii) যাচাই করো (Assess) (ix) পছন্দ করো (Choose) (x) প্রদর্শন করো (Demonstrate) (xi) গঠন করো (construct) (xii) সম্পাদন করো (Perform) ইত্যাদি
iv) Analysing (বিশ্লেষণ করা)	(i) বিশ্লেষণ করা (Analyse) (ii) উপসংহার টানা (Conclude) (iii) পার্থক্য করা (Differentiate) (iv) নির্বাচন করো (Select) (v) আলাদা করো (Separate) (vi) সমাধান করো (Resolve) (vii) বিভিন্ন অংশে খণ্ডিত করো (Break down) (viii) সমালোচনা করো (Criticise) (ix) নানাবিধ সম্পর্ক (Relationships) (x) সহজ করো (Simplify) (xi) কোনো সম্পূর্ণ জিনিসকে দুটি ভাগে ভাগ করো (Divide) (xii) বিশ্লেষণপূর্বক পরীক্ষা করো (Dissect) (xiii) কাজ (Function) (xiv) সিদ্ধান্ত (Inference) (xv) উদ্দেশ্য (Motive) (xvi) পুংখানুপুংখভাবে নিরীক্ষণ করো (Survey)
v) Evaluating (মূল্যায়ন করা)	(i) বিচার করে মীমাংসা করো (Judge) (ii) মূল্যায়ন করো (Evaluate) (iii) মীমাংসা করো (Determine) (iv) সমর্থন করো (Support) (v) নিজ বক্তব্যকে যুক্তি দিয়ে সমর্থন করা (Defend) (vi) সমালোচনা করো (Criticise) (vii) এড়িয়ে যাওয়া (Avoid) (viii) নির্ধারণ করো (Assess) (ix) সম্মত হওয়া Agree (x) গুরুত্ব নির্ধারণ করো (Appraise) (xi) বিচার করে রায় দেওয়া (Award) (xii) নিশ্চিতভাবে স্থির করো (Decide) (xiii) যুক্তি দিয়ে খণ্ডন করো (Disprove) (xiv) মূল্য বিচার করো (Estimate) (xv) গুরুত্ব (Importance) (xvi) প্রভাব (Influence) (xvii) ন্যায্যতা প্রতিপাদন করো (Justify) (xviii) পরিমাপ করো (Measure) (xix) মত প্রকাশ (Opinion) (xx) সুপারিশ করো (Recommend)

প্রজ্ঞামূলক ক্ষেত্র (Cognitive Domain)	ক্রিয়াশীল শব্দাবলী (Action verbs)
vi) Creating (সৃষ্টি /উদ্ভাবন করা)	(i) দুটি ভিন্ন জিনিসকে যুক্ত করো (Combine) (ii) অপ্রয়োজনীয় অংশ বাদ দেওয়া (Delete) (iii) সংক্ষেপে লেখো (Precise) (iv) সামান্যীকরণ করা (Generalise) (v) তত্ত্ব দেওয়া (Theorise) (vi) পরীক্ষা করে সত্যতা যাচাই করা (Test) (vii) বিস্তার ঘটানো (Elaborate) (viii) কোনো কিছু ধাপে ধাপে নির্মাণ করো (Build) (ix) পরিবর্তন করো বা রূপান্তরিত করো (Change) (x) নির্বাচন করো (Choose) (xi) নক্সা তৈরি করো (Design) (xii) নতুন কিছু আবিষ্কার করো (Invent) (xiii) সমস্ত কিছু একত্র করে বিন্যস্ত করো (Compose) (xiv) বিভিন্ন রচনা বা লেখা থেকে উপাদান সংগ্রহ করে সংকলন করো (Compile) (xv) কল্পনায় গঠন করো (Construct) (xvi) অন্যের কাজের উৎকর্ষসাধন করো (Improve) (xvii) সর্বোচ্চ সীমায় নিয়ে যাওয়া (Maximize) (xviii) সর্বনিম্ন সীমায় টেনে নামানো (Minimize) (xix) ঈষৎ পরিবর্তন করো (Modify) (xx) মৌলিক উদ্ভাবন বা সৃজন (Original) (xxi) আগামীতে কী ঘটতে পারে বা ঘটতে চলেছে বা কী হতে পারে এমন কিছু ভবিষ্যদ্বাণী করা (Predict) (xxii) সমাধান সূত্র (Solution) (xxiii) সমাধান করা (Solve) (xxiv) তত্ত্ব (Theory) (xxv) কোনো কিছু স্বরূপ নির্ণয় করা (Test)



सत्यमेव जयते

मुद्रक :

ওয়েস্ট বেঙ্গল টেক্সট বুক কর্পোরেশন লিমিটেড
(পশ্চিমবঙ্গ সরকারের উদ্যোগ)

কলকাতা - ৭০০০৫৬