

গণিত
প্রশ্ন-উত্তর

অনুপাত ও সমানুপাত

প্রশ্ন 1 : $(3x - 2y) : (x + 3y) = 5 : 6$ হলে $(2x + 5y) : (3x + 4y)$ এর মান নির্ণয় করো।

সমাধান : $(3x - 2y) : (x + 3y) = 5 : 6$

বা, $\frac{3x - 2y}{x + 3y} = \frac{5}{6}$

বা, $18x - 12y = 5x + 15y$

বা, $18x - 5x = 15y + 12y$

বা, $13x = 27y$

বা, $\frac{x}{y} = \frac{27}{13}$

বা, $\frac{x}{27} = \frac{y}{13} = k$ (ধরি) (যেখানে $k \neq 0$)

বা, $x = 27k, \quad y = 13k$

$\therefore \frac{2x + 5y}{3x + 4y} = \frac{2 \times 27k + 5 \times 13k}{3 \times 27k + 4 \times 13k}$
 $= \frac{54k + 65k}{81k + 52k}$
 $= \frac{119k}{133k}$
 $= \frac{17}{19}$

$\therefore (2x + 5y) : (3x + 4y) = 17 : 19$ (নির্ণেয় উত্তর)

প্রশ্ন 2 : a একটি ধনাত্মক সংখ্যা $a : \frac{64}{125} = \frac{4}{5} : a$ হলে a এর মান কত?

সমাধান : $a : \frac{64}{125} = \frac{4}{5} : a$

বা, $\frac{a}{\frac{64}{125}} = \frac{\frac{4}{5}}{a}$

$$\begin{aligned} \text{বা, } a^2 &= \frac{64}{125} \times \frac{4}{5} \\ &= \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{5 \times 5 \times 5 \times 5} \end{aligned}$$

$$\text{বা, } a = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{5 \times 5} = \frac{16}{25} \quad [\because a > 0]$$

$$\therefore a \text{ এর মান হবে } \frac{16}{25} \text{ (নির্ণয় উত্তর)}$$

প্রশ্ন 3 a, b, c ও d ক্রমিক সমানুপাতী হলে দেখাও যে, $(b - c)^2 + (c - a)^2 + (b - d)^2 = (a - d)^2$

সমাধান : যেহেতু a, b, c, d ক্রমিক সমানুপাতী

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{d}$$

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{b}{c} \quad \left| \quad \frac{b}{c} = \frac{c}{d} \quad \left| \quad \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \right. \right.$$

বা, $b^2 = ac$ বা, $c^2 = bd$ বা, $bc = ad$

$$\begin{aligned} \text{বামপক্ষ,} &= (b - c)^2 + (c - a)^2 + (b - d)^2 \\ &= b^2 - 2bc + c^2 + c^2 - 2ca + a^2 + b^2 - 2bd + d^2 \\ &= 2b^2 + 2c^2 + a^2 + d^2 - 2bc - 2ca - 2bd \\ &= 2ac + 2bd + a^2 + d^2 - 2bc - 2ca - 2bd \\ &= a^2 + d^2 - 2bc \\ &= a^2 + d^2 - 2ad \quad [\because bc = ad] \\ &= (a - d)^2 \\ &= \text{ডানপক্ষ} \quad [\text{প্রমাণিত}] \end{aligned}$$

প্রশ্ন 4 $\frac{x^3 + 12x}{6x^2 + 8} = \frac{y^3 + 27y}{9y^2 + 27}$ হলে $x : y$ নির্ণয় করো।

$$\text{সমাধান : } \frac{x^3 + 12x}{6x^2 + 8} = \frac{y^3 + 27y}{9y^2 + 27}$$

যোগ ভাগ প্রক্রিয়া করে পাই,

$$\frac{x^3 + 12x + 6x^2 + 8}{x^3 + 12x - 6x^2 - 8} = \frac{y^3 + 27y + 9y^2 + 27}{y^3 + 27y - 9y^2 - 27}$$

$$\text{বা, } \frac{x^3 + 6x^2 + 12x + 8}{x^3 - 6x^2 + 12x - 8} = \frac{y^3 + 9y^2 + 27y + 27}{y^3 - 9y^2 + 27y - 27}$$

$$\text{বা, } \frac{(x+2)^3}{(x-2)^3} = \frac{(y+3)^3}{(y-3)^3}$$

উভয়পক্ষে ঘনমূল করে পাই,

$$\text{বা, } \frac{x+2}{x-2} = \frac{y+3}{y-3}$$

$$\text{বা, } \frac{x+2+x-2}{x+2-x+2} = \frac{y+3+y-3}{y+3-y+3}$$

$$\text{বা, } \frac{2x}{4_2} = \frac{2y}{6_3}$$

$$\text{বা, } \frac{x}{2} = \frac{y}{3}$$

$$\text{বা, } x : y = 2 : 3 \text{ (নির্ণেয় উত্তর)}$$