

গণিত প্রশ্ন-উত্তর

একচল বিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ

প্রশ্ন 1 : স্থির জলে নৌকার গতিবেগ 4 কিমি/ঘণ্টা। নৌকাটি 5 ঘণ্টায় স্রোতের অনুকূলে 15 কিলোমিটার এবং প্রতিকূলে 22 কিলোমিটার গেলে স্রোতের বেগ কত ছিল?

সমাধান : ধরি, স্রোতের বেগ x কিমি / ঘণ্টা স্থির জলে নৌকার গতিবেগ 4 কিমি / ঘণ্টা।

\therefore স্রোতের অনুকূলে নৌকার গতিবেগ হবে $(8 + x)$ কিমি / ঘণ্টা এবং স্রোতের প্রতিকূলে নৌকার গতিবেগ হবে $(8 - x)$ কিমি / ঘণ্টা

\therefore নৌকাটি অনুকূলে 15 কিমি যায় $\frac{15}{8+x}$ ঘণ্টায় এবং নৌকাটি প্রতিকূলে 22 কিমি যায় $\frac{22}{8-x}$ ঘণ্টায়

$$\therefore \text{শর্তানুসারে, } \frac{15}{8+x} + \frac{22}{8-x} = 5$$

$$\text{বা, } \frac{15(8-x) + 22(8+x)}{(8+x)(8-x)} = 5$$

$$\text{বা, } \frac{120 - 15x + 176 + 22x}{64 - x^2} = 5$$

$$\text{বা, } \frac{7x + 296}{64 - x^2} = 5$$

$$\text{বা, } 5(64 - x^2) = 7x + 296$$

$$\text{বা, } 320 - 5x^2 = 7x + 296$$

$$\text{বা, } 24 - 5x^2 = 7x$$

$$\text{বা, } 5x^2 + 7x - 24 = 0$$

$$\text{বা, } 5x^2 + 15x - 8x - 24 = 0$$

$$\text{বা, } 5x(x + 3) - 8(x + 3) = 0$$

$$\text{বা, } (x + 3)(5x - 8) = 0$$

$$\text{হয় } x + 3 = 0 \quad \text{অথবা, } 5x - 8 = 0$$

$$\text{বা, } x = -3 \quad \text{বা, } x = \frac{8}{5}$$

যেহেতু স্রোতের বেগ ঋণাত্মক হতে পারে না,

$$\therefore x \neq -3, \text{ সুতরাং } x = \frac{8}{5}$$

\therefore স্রোতের বেগ ছিল $\frac{8}{5}$ কিমি/ঘ: বা, $1\frac{3}{5}$ কিমি/ঘ:

প্রশ্ন 2. সমাধান করো : $\frac{1}{a+b+x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{x}$ [x ≠ 0, -(a+b)]

উ: $\frac{1}{a+b+x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{x}$

বা, $\frac{1}{a+b+x} - \frac{1}{x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

বা, $\frac{x+a-b-x}{x(a+b+x)} = \frac{b+a}{ab}$

বা, $\frac{-(a+b)}{x(a+b+x)} = \frac{a+b}{ab}$

বা, $\frac{-1}{x(a+b+x)} = \frac{1}{ab}$

বা, $x(a+b+x) = -ab$

বা, $ax+bx+x^2+ab=0$

বা, $x^2+ax+bx+ab=0$

বা, $x(x+a)+b(x+a)=0$

বা, $(x+a)(x+b)=0$

এখন, $x+a=0$ হলে $x=-a$

আবার, $x+b=0$ হলে $x=-b$

নির্ণেয় সমাধান হবে $x=-a, -b$

সরল সুদ

প্রশ্ন 3 : বিমলবাবু এক ব্যক্তিকে বার্ষিক 8% সরল সুদে কিছু পরিমাণ টাকা 4 বছরের জন্য ও অপর এক ব্যক্তিকে তার দ্বিগুণ পরিমাণ টাকা বার্ষিক 10% সরল সুদে একই সময়ের জন্য ঋণ দিলেন, বিমলবাবু দ্বিতীয় ব্যক্তির কাছ থেকে প্রথম ব্যক্তি অপেক্ষা 960 টাকা বেশি সুদে পেলেন। বিমল বাবু মোট কত টাকা ঋণ দিয়েছিলেন?

উ: ধরি, বিমলবাবু প্রথম ব্যক্তিকে x টাকা ও দ্বিতীয় ব্যক্তিকে 2x টাকা ঋণ দিয়েছিলেন। প্রথম ব্যক্তির ক্ষেত্রে, আসল = x টাকা

বার্ষিক সুদের হার = 8%

সময় = 4 বছর।

∴ মোট সুদ (I) = $\frac{Ptr}{100}$

= $\frac{x \times 4 \times 8}{100} = \frac{8x}{25}$ টাকা

দ্বিতীয় ব্যক্তির ক্ষেত্রে, আসল = 2x টাকা

বার্ষিক সুদের হার = 10%

সময় = 4 বছর

∴ মোট সুদ = $\frac{2x \times 4 \times 10}{100} = \frac{4x}{5}$ টাকা

$$\therefore \text{শর্তানুসারে, } \frac{4x}{5} = \frac{8x}{25} + 960$$

$$\text{বা, } \frac{4x}{5} - \frac{8x}{25} = 960$$

$$\text{বা, } \frac{20x - 8x}{25} = 960$$

$$\text{বা, } 12x = 960 \times 25$$

$$\text{বা, } x = \frac{960 \times 25}{12} = 2000$$

সুতরাং বিমলবাবু প্রথম ব্যক্তিকে 2000 টাকা ও দ্বিতীয় ব্যক্তিকে 4000 টাকা অর্থাৎ তিনি মোট (2000+4000) টাকা বা 6000 টাকা ঋণ দিয়েছিলেন।

প্রশ্ন 4 : এক ব্যক্তি 28000 টাকা তার 13 বছরের ছেলে ও 15 বছরের মেয়ের জন্য এরূপ নির্দেশ রেখে দিয়ে গেলেন যে 18 বছর বয়সে তাদের নিজ নিজ বণ্টনের উপর বার্ষিক 10% সরল সুদে প্রাপ্য টাকা সুদে-আসলে সমান হবে। তাদের প্রত্যেকের জন্য বণ্টিত টাকার পরিমাণ নির্ণয় করো।

উ: ধরি, তিনি ছেলের জন্য রেখেছিলেন x টাকা এবং মেয়ের জন্য রেখেছিলেন $(28000 - x)$ টাকা

ছেলের ক্ষেত্রে, আসল (P) = x টাকা

সময় (t) = (18 - 13) বছর

= 5 বছর

বার্ষিক সুদের হার (r%) = 10%

$$\text{মোট সুদ (I)} = \frac{Ptr}{100}$$

$$= \frac{x \times 5 \times 10}{100} = \frac{x}{2} \text{ টাকা}$$

$$\therefore \text{সুদ-আসল} \left(x + \frac{x}{2} \right) = \frac{3x}{2} \text{ টাকা।}$$

মেয়ের ক্ষেত্রে, আসল = $(28000 - x)$ টাকা

সময় = (18 - 15) বছর = 3 বছর

বার্ষিক সুদের হার = 10%

$$\therefore \text{মোট সুদ} \frac{(28000 - x) \times 3 \times 10}{100} = \frac{3(28000 - x)}{10} \text{ টাকা}$$

সুদ আসল $(28000 - x) + \frac{3(28000 - x)}{10}$ টাকা।

$$\therefore \text{শর্তানুসারে, } \frac{3x}{2} = (28000 - x) + \frac{3(28000 - x)}{10}$$

$$\text{বা, } \frac{3x}{2} = \frac{(28000 - x) \times 13}{10}$$

$$\text{বা, } 15x = 28000 \times 13 - 13x$$

$$\text{বা, } 28x = 28000 \times 13$$

$$\text{বা, } x = \frac{28000 \times 13}{28} = 13 \times 1000 \\ = 13000$$

∴ তিনি ছেলের জন্যে 13000 টাকা ও মেয়ের জন্যে 15000 টাকা রেখেছিলেন।

প্রশ্ন 5 : কিছু টাকা 3 বছরে সরল সুদসহ 944 টাকা হয়। যদি বার্ষিক সুদের হার 25% বৃদ্ধি পায়, তবে একই সময়ে ঐ টাকা সুদে মূলে 980 টাকা হয়। সুদের হার ও মোট টাকার পরিমাণ নির্ণয় করো।

উ: সুদ বৃদ্ধি পায় (980-944) টাকা = 36 টাকা

$$\text{সুদের } 25\% = 36 \text{ টাকা}$$

$$\therefore \text{সুদ} = 36 \times \frac{100}{25} \text{ টাকা} = 144 \text{ টাকা}$$

$$\therefore \text{মূলধন} = (944 - 144) \text{ টাকা} = 800 \text{ টাকা}$$

$$\text{সুদের হার} = \frac{144 \times 100}{800 \times 3} = 6$$

∴ সুদের হার 6% এবং মোট টাকা = 800 টাকা।